

مطالعه تجربی اهتزازات هارمونیکي فنر و بررسی تغییرات ثابت فنر به تابع کتله آن

پوهنوال رجب علی خاوری

دپارتمنت فزیک و الکترونیک، پوهنځی فزیک، پوهنتون کابل، کابل، افغانستان

ایمیل: khavary81@gmail.com

چکیده

فنرها سیستم‌های ارتجاعی پرکاربرد در حوزه‌های مختلف است و دریافت ثابت فنر یک امر الزامی می‌باشد. ثابت فنر تابع متحول‌های زیادی است که در این جا روی اثر کتله فنر در تغییرات ثابت فنر اندازه‌گیری عملی انجام شده است. مفهوم کتله مؤثر و مقدار آن به صورت تجربی در انتروال‌های که کتله جسم خارجی بین 10 - 0.2 برابر کتله فنر وزن قرار دارد، مورد بررسی قرار گرفت. از تحلیل گرافیکی و عددی مشاهده می‌گردد که نتایج تجربی با نتیجه تیوریک 0.33 در یک محدوده در نظر داشت اثر جنسیت و هم چنین اثر اندازه و این که خاصیت رجعت فنر به حالت اولیه برای فنرهای مختلف فرق می‌کند، می‌توان به دلیل مغایرت جواب تجربی با جواب تیوریک در انتروال‌های زیاد پی برد. دیتاگیری در لابراتوار فزیک با تایمر نوری با دقت 0.001s و خط کش میلی متری انجام شده است. نتیجه اندازه‌گیری به صورت گراف خطی مربع پریود به تابع کتله آویخته در تمام انتروال‌های اندازه‌گیری، یک تقاطع 0.035 را نشان می‌دهد که برای ضریب کتله فنر مقدار 0.384 به دست می‌آید.

اصطلاحات کلیدی: کتله مؤثر؛ اهتزازات هارمونیکي؛ پریود اهتزاز؛ انرژی حرکتی اهتزازي؛ ثابت فنر

Experimental Study of Spring Harmonic Vibrations and Investigation of Changes, Spring Constant as a Function of Its Mass

Associate. Prof. Rajab Ali Khavari

Department of Physics and Electronic, Faculty of Physics, Kabul University, Kabul, Afghanistan

Email: khavary81@gmail.com

Abstract

Springs are widely used elastic systems in various fields and it is necessary to obtain the spring constant. The spring constant is a function of many variables that have been experimentally measured on the effect of spring mass on spring constant changes. The concept of effective mass and its magnitude were experimentally explored within the range where the mass of an external object varies between 0.2 to 10 times the weight of the spring coil. From the graphical and numerical analysis, it can be seen that the experimental results are close to the theoretical result of 0.33 in a range of $m_s \leq M \leq 4m_s$, but the outside of this interval, the experimental results are different from the theoretical value. Without taking into account the effect of material composition, size effects, and the varying return properties of different springs, leading to contradictions between experimental and theoretical outcomes over larger intervals. Data collection in the physics laboratory utilized an optical timer with an accuracy of 0.001s and a millimeter ruler. The results, depicted as a linear graph of period squared against mass function across all measurement intervals, indicate an intersection at 0.035, yielding a spring mass coefficient value of 0.384.

Keywords: Effective Mass; Harmonic Vibration; Vibration Period; Vibration Kinetic Energy; Spring Constant

فنها ساختارهای ساده اما درعین حال پرکاربرد هستند. آن‌ها می‌توانند در تمامی ساحت‌های فزیک کاربرد داشته باشند. این موضوع به استفاده آن‌ها مرتبط نیست، بلکه به نقش جانمایی سیستم‌های ارتجاعی با فنر ارتباط دارد. در مبادله انرژی بین سیستم‌های ارتجاعی و محیط در نظرگیری سهم سیستم مهم می‌باشد که برای فنر این سهم به صورت ضریب یا ثابت فنر ظاهر می‌شود. اهمیت این موضوع در دریافت درست ضریب سختی فنر برای انجام محاسبات دقیق می‌باشد. مفهوم کتله مؤثر عبارت از کتله‌یی است که روی تحول فنر به علت اثر می‌کند و این اثر از قوانین میخانیک و معادلات لاگرانژ به آسانی قابل حصول است. مقدار کتله مؤثر فنر در تیوریک برابر $\frac{1}{3}$ کتله فنر است (1) که در پریود اهتزاز فنر مؤثر می‌باشد (2). نتیجه $m_{eff} = \frac{1}{3} m_s$ که در محاسبات با کتله متصل به فنر جمع می‌گردد (3)، برای یک انتروال معینی برقرار است (4) و برای انتروال‌های دیگر شرط $m \rightarrow 4/\pi^2$ برقرار می‌باشد (5). تمامی سیستم‌های اتمی و مالیکولی و میکرو ذره به نوعی در قید یک پوتنشیل می‌باشد (6) که می‌تواند به صورت یک فنر فرض گردد (7). بنابراین، تعمیم سیستم کتله و فنر در تمام ساحت‌ها به سادگی امکان‌پذیر است و حل این سیستم با این فرض می‌تواند خیلی ساده باشد (8). بررسی سیستم‌های کتله و فنر از دیرباز مورد توجه بوده است و محققین تلاش نمودند. علاوه بر بحث ساختاری خود سیستم در باره تطبیق معیارهای این سیستم در دیگر ساحت‌ها مثل فزیک مالیکولی و فزیک مایعات جهت تعیین ضریب لزوجیت مایعات کم لزوج (9)، حرکت‌های زردپی انسانی برای گرافیک کمپیوتری (10) و تغییر شکل‌های پوست پا (11) و غیره تحقیقات گسترده‌یی را انجام دهند.

مبانی نظری

معمولاً سیستم کتله و فنر با فنر بدون وزن و بدون ملاحظه جهت حرکت فنر تحت قوه خارجی در نظر گرفته می‌شود. در این حالت پریود اهتزازات فنر از رابطه ذیل دریافت می‌گردد:

$$T = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{M}{k}} \quad (1)$$

که M کتله چسبیده به فنر و k ثابت فنر یا ضریب سختی فنر نامیده می‌شود. با وزنه‌های سنگین در نتیجه فرمول فوق تأثیر چندانی نخواهیم داشت؛ اما با در نظر داشت اثر کتله فنر رابطه فوق دچار تغییر می‌گردد. در این بررسی مسأله اهتزازات فنر وزن دار در دو جهت افقی و عمودی به صورت تیوریک بررسی می‌گردد و در نهایت نتیجه هر دو یک‌سان خواهد بود (12).

سیستم کتله و فنر طبق قانون تحفظ انرژی و مبادله انرژی حرکتی به پوتنشیل و بالعکس در صورت عدم عامل بازدارنده خارجی مثل اصطکاک و یا ناخالصی‌های خود فرمی‌تواند تا مدت زیادی حرکت اهتزازی داشته باشد. انرژی میخانیکی حاکم بر حرکت اهتزازی فنر عبارت است از:

$$E = U + K = \frac{1}{2} kx_m^2 \quad (2)$$

که x_m بیجا شدگی اعظمی فنر از تعادل خودش و U انرژی پوتنشیل و K انرژی تحریک فنر است. در دو انتهای حرکت، فنر کمی متوقف می‌گردد، تمامی انرژی حرکتی آن به پوتنشیل تبدیل می‌گردد و در هنگام عبور از تعادل جسم متصل به فنر بیشترین سرعت را دارد. اما در هر حالت $U + K$ ثابت است (13).

اهتزازات عمودی فنر وزن دار و اثر وزن فنر بر تغییر مکان نقطه تعادل

طبق شکل یک فنر آویخته شده از یک نقطه ثابت که در انتهای آن یک کتله M آویزان را در نظر می‌گیریم. طول کل فنر l_0 و در ارتفاع y یک عنصر طولی کوچک dy را در نظر می‌گیریم. برای فنرهای مسلسل داریم:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_1} + \dots \quad (3)$$

که k_i ها ثوابت فنرهای متصل به هم می‌باشند. در صورت یک نواخت بودن و یک سان بودن تمامی فنرها رابطه (۳) می‌شود:

$$\frac{n}{k'} = \frac{1}{k}, n = \frac{l_0}{dy} \quad (4)$$

که k' ثابت یکی از فنرها و در واقع ثابت فنر عنصری dy و n تعداد عناصر است. بنابراین:

$$\frac{l_0}{dy k'} = \frac{1}{k}, k' = \frac{kl_0}{dy} \quad (5)$$

برای دیفرانسیل‌گیری حال فنر را به صورت ذیل در نظر می‌گیریم:

فنر وزن M و کتله فنر زیر dy را تحمل می‌کند. کتله قسمت زیر dy برابر با $\frac{m}{l_0}(l_0 - y)$ است. بنابراین، وزن کل عبارت است از:

$$Mg + \frac{m}{l_0}(l_0 - y)g \quad (6)$$

طبق قانون هوک با فرض کشیده‌گی در طول فنر به اندازه Δz ناشی از وزن آویزان داریم:

$$k' \Delta z = Mg + \frac{m}{l_0}(l_0 - y)g, k' = \frac{kl_0}{dy}$$

$$kl_0 \Delta z = \left(Mg + \frac{m}{l_0}(l_0 - y)g \right) dy \quad (7)$$

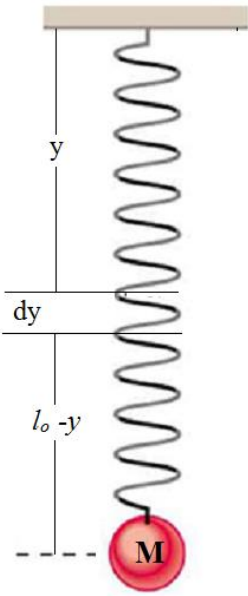
با انتیگرال‌گیری از طرفین معادله (۷) داریم:

$$kl_0 \int dz = \int_0^{l_0} \left(Mg + \frac{m}{l_0}(l_0 - y)g \right) dy = g \left(Ml_0 + \frac{m}{l_0} \right) \left(l_0^2 - \frac{l_0^2}{2} \right)$$

$$\therefore z = \frac{1}{k} \left(Mg + \frac{mg}{2} \right) \quad (8)$$

که Z کشیدگی از تعادل است. حال اگر کتله M کمی از تعادل خود به اندازه x خارج گردد، در این صورت سرعت و تعجیل برای کتله M روابط ذیل را خواهد داشت:

$$v_M = \frac{dx}{dt}, a_M = \frac{d^2x}{dt^2} \quad (9)$$



شکل ۱: اثر کتله خارجی بر تغییر طول فنر

حال یک عنصر کوچک dy را برای دریافت انرژی حرکتی سیستم کتله و فنر ناشی از بیجاشدگی x در دو انتها در شکل اول در نظر می‌گیریم. در این حالت سرعت عنصر dy برابر \dot{x} نه بلکه $\frac{\dot{x}}{l'} y$ می‌باشد. بنابراین برای انرژی حرکتی این عنصر داریم:

$$dK = K_{dy} = \frac{1}{2} \left(\frac{m}{l'} dy \right) \left(\frac{\dot{x}}{l'} y \right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{m}{l'} dy \right) \left(\frac{\dot{x}^2}{l'^2} y^2 \right) \quad (10)$$

انرژی کل فنر عبارت است از:

$$K = \frac{1}{2} \left(\frac{m}{l'^3} \right) \dot{x}^2 \int_0^{l'} y^2 dy = \frac{1}{6} m \dot{x}^2 = \frac{1}{2} m_{eff} \dot{x}^2 \quad (11)$$

که m_{eff} منحنی کتله مؤثر فنر شناخته می‌شود که در حرکت اهتزازی آن نقش بازی می‌کند. انرژی کل شامل سهم کتله متصل و کتله مؤثر فنر می‌باشد. بنابراین، انرژی حرکتی کل عبارتند از:

$$K_{tot} = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_{eff} \dot{x}^2 \quad (12)$$

از طرفی تغییر در انرژی پوتنشیل سیستم کتله و فنر وزن‌دار نیز شامل سهم کتله M و کتله مؤثر فنر است که به صورت ذیل محاسبه می‌گردد. سهم بیجاشدگی کتله عبارت است از:

$$U_M = Mg \cdot x$$

هم‌چنین بی‌جاشدگی عنصر dy در ارتفاع y برابر $\frac{x}{l'} dy$ و کتله عنصر dy برابر $\frac{m}{l'} y$ می‌باشد. بنابراین، پوتنشیل حاصل از بی‌جاشدگی عنصر فنر به صورت ذیل است:

$$U_{spring} = \int_0^{l'} \frac{m}{l'} y g \frac{x}{l'} dy = \frac{m}{2} gx \quad (13)$$

همانند انرژی حرکتی باید انرژی پوتنشیل کل را به دست آوریم که می‌شود:

$$U = U_M + U_{spring} - U_{tension} = Mg \cdot x + \frac{m}{2} gx - \frac{1}{2} kx^2 \quad (14)$$

که جمله آخر ناشی از سقوط پوتنشیل به علت کشش است. معادله (۱۴) بهره در انرژی حرکتی را می‌دهد و بنابراین، از برابری دو انرژی در نقطه مفروض داریم:

$$\frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_{eff} \dot{x}^2 = Mg \cdot x + \frac{m}{2} gx - \frac{1}{2} kx^2 \quad (15)$$

با دیفرانسیل‌گیری از معادله (۱۵) نسبت به (t) داریم:

$$M \dot{x} \ddot{x} + m_{eff} \dot{x} \ddot{x} = Mg \dot{x} + \frac{1}{2} m g \dot{x} - k \dot{x} x$$

که حذف عامل مشترک \dot{x} از طرفین و مرتب‌سازی مجدد می‌دهد:

$$\ddot{x} (M + m_{eff}) = (Mg + \frac{m}{2} g - kx) \quad (16)$$

از رابطه (۸) برای نقطه تعادل Z داریم: $Mg + \frac{mg}{2} = kZ$ که در نتیجه با وضع در معادله (۱۶) داریم:

$$\ddot{x} (M + m_{eff}) = (kZ - kx) = k(Z - x) = -k(x - Z) \quad (17)$$

با وضع $x - Z = u$ و در نتیجه $\ddot{x} = \ddot{u}$ (زیرا Z متحول دلخواه است و می‌تواند در یکی از دو انتها نیز فرض گردد) حل معادله (۱۷) به صورت ذیل ساده می‌گردد:

$$\ddot{u} (M + m_{eff}) = -ku$$

$$\ddot{u} + \frac{ku}{M+m_{eff}} = 0 \quad (18)$$

در نظر گیری یک معادله حرکت هارمونیکي با فریکونسي ω برابر با معادله (۱۸) می دهد:

$$\ddot{u} + \omega^2 u = 0, \omega = \sqrt{\frac{k}{M+m_{eff}}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{M+m_{eff}}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{M+m/3}{k}} \quad (19)$$

نتیجه نهایی نشان می دهد که پریود اهتزازات فنر وزن دار با کتله متصل به آن متفاوت از فنر بی وزن است. این نتیجه بدون ملاحظات عملی به دست آمده است (13).

ضریب $m/3$ برای کتله مؤثر فنر برای حالت های خاص برقرار است و حد دیگر برای این ضریب $\pi^2/4$ است (5).

در این جا کتله مؤثر فنر را به صورت کسری از کتله فنر در نظر می گیریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M+fm}{k}} \quad (20)$$

که f ضریب کسری از کتله فنر است (14).

میتود عملی

برای اطمینان از درستی این نتیجه و این که دقت نتیجه در کدام حدود برقرار است، هم از طریق تجربه و هم از طریق شبیه سازی می توان عمل نمود. در روش تجربی فنری تقریباً یک نواختی را بدقت وزن کرده و قبل از آویزان کردن طول آن را به صورت خوابیده دریافت کرده و سپس در سیستم تعلیق قرار می دهیم. اثر وزن فنر در کشیدگی طول فنر آویزان را در نظر می گیریم. نتیجه را با نتیجه تیوریک (۶) مقایسه می کنیم. در ذیل دیتای فنر آورده شده است:

جدول ۱: دیتای مشخصات فنر

وزن فنر	طول فنر خوابیده	طول فنر ایستاده	تعداد حلقه های فنر	جنسیت فنر	قطر فنر	قطر سیم فنر
57 gr	26 cm	28 cm	25	اهن	3.5 cm	2.1 mm

کتله های معین را محل مربوطه قرار داده و زمان تناوب را به وسیله یک سنسور نوری شمارش پریود با دقت 0.001s سه مرتبه اندازه شده و اوسط آن ها انتخاب گردیده است.

اهتزازت خیلی کم انتخاب شده است تا از تغییرات سریع و اغتشاشات در فنر جلوگیری گردد. درجه حرارت محیط ثابت نگهداشته شده و اثرات محیطی به صورت یک ضریب و یا مقدار خطا منظور شده است.

برای استفاده از نتیجه در محاسبات گراف معادله (۱۹) را مربع و مرتب ساخته داریم:

$$T^2 = 4\pi^2 \left(\frac{M+m}{k} \right), \frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{M}{k} + \frac{fm}{k}$$

$$\therefore T^2 = \frac{4\pi^2}{k} M + \frac{4\pi^2}{k} fm \quad (21)$$

ملاحظه می‌گردد که گراف مربع پریود (T^2) به تابع کتله (M)، خطی می‌باشد. از قسمت ثابت خط کتله مؤثر فنر به دست می‌آید. ضریب M مقدار ضریب سختی فنر را می‌دهد. هم‌چنین در تحلیل عددی مقدار کتله مؤثر باید شکل معاله (۲۱) را به صورت ذیل تغییر بدهیم:

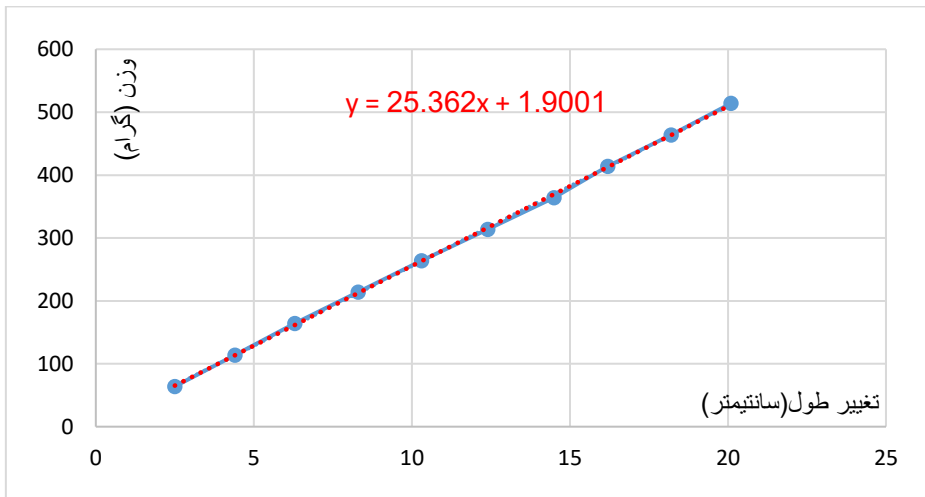
$$fm = m_{eff} = \frac{kT^2}{4\pi^2} - M \quad (22)$$

گراف تغییرات مربع پریود به تابع کتله سهم کتله فنر منفی بدست می‌آید و این یعنی در قسمت منفی محور y ها خط قطع می‌کند. این موضوع از مساوی به صفر قراردادن معادله (۲۱) نیز ملاحظه می‌گردد.

نتایج

دریافت ثابت فنر: از قانون هوک میدانیم که تغییرات طول فنر متناسب با قوه اعمال شده است. یعنی $F = k\Delta x$ که k ثابت فنر است. برای دریافت ثابت فنر استاتیک تغییرات وزن به تابع تغییر طول آورده شده است. از میل خط می‌توان ثابت فنر یا ضریب سختی فنر را تعیین نمود. فیت خطی گراف یک میل ۲۵،۳۶۲ می‌دهد. از روی آن می‌توان به صورت ذیل ثابت فنر را تعیین نمود.

$$k = 25.362 \frac{gr}{cm} = 25.362 \frac{10^{-3}kg}{10^{-2}m} = 2.5362 \frac{kg}{m} = 25.362 \frac{N}{m}$$



شکل ۲: گراف تغییرات طول فنر به تابع وزن جسم آویخته شده

دریافت پریود اهتزازات و ترتیب عملی

ترتیب اجرای تجربه در محل اجرای تجربه به صورت ذیل تنظیم شده است: سنسور نوری با دقت $0.001s$ در مرکز تعادل در هر حالت قرار گرفته و هر بار سه مرتبه برای هر وزنه اهتزاز در نظر گرفته شده و اوسط آن‌ها در جدول درج گردیده است. حرکت اهتزازی با بیجا شدگی کم منظور شده است و در هنگام اجرای تجربه شرایط محیط لابراتواری رعایت شده است.

دیتای کلی اهتزازات فنر

زمان‌ها و کتله‌ها بدقت $0.001s$ و $1gr$ در نظر گرفته شده است. هرگاه گراف تغییرات پریود به تابع کتله را ترسیم کنیم، یک منحنی با توان 0.5 به دست می‌آید. در بحث تیوری این موضوع هم بیان شده است. تطابق تیوری با تجربه در این جا به خوبی نشان داده شده است. هرگاه گراف تغییرات مربع پریود به تابع کتله را ترسیم کنیم، یک خط حاصل می‌گردد که از قسمت میلان می‌توان ثابت دینامیکی فنر را تعیین نمود. یعنی:

$$\frac{4\pi^2}{k} = 0.0016$$

که نتیجه مقدار $k = 24674$ را می‌دهد. ملاحظه می‌گردد که قیمت دینامیک کمی متفاوت از قیمت استاتیک می‌باشد.

قسمت ثابت آن می‌تواند در استحصال ضریب کتله فنر f کمک کند. هرگاه به گراف توجه کنیم دیده می‌شود که این قسمت برابر 0.0351 است. هم‌چنین بر اساس معادله (۲۱) این قیمت برابر

$$m_{effec} = \frac{4\pi^2}{k} fm = \frac{4\pi^2}{k} fm \text{ می‌باشد که در نتیجه از برابری آن می‌توان داشت:}$$

$$\frac{4\pi^2}{k} m_{effec} = 0.0351$$

نتیجه حل مقدار ذیل را برای کتله مؤثر می‌دهد:

$$m_{effec} = \left(24674 \times \frac{0.0351}{4(3.14)^2} \right) = 21.94 \text{ gr}$$

و نسبت آن به کتله فنر برابر است با:

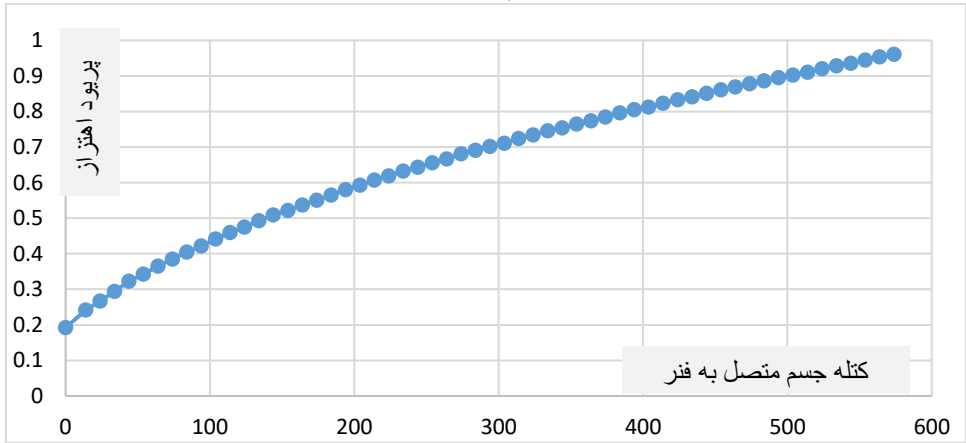
$$\frac{m_{effec}}{m} = 0.385$$

این مقدار از مقدار تیوریک 0.33 کمی متفاوت است.

در بررسی انتروالی دیده می‌شود که در هر انتروال قیمت‌های متفاوت است و نشان می‌دهد که مقدار تیوریک در هر انتروالی برقرار نیست.

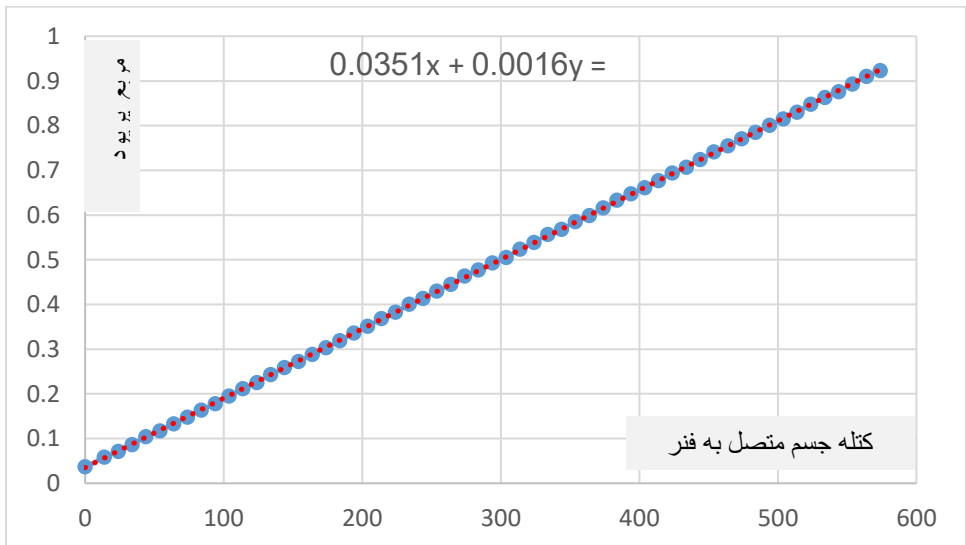
هرگاه به نتیجه تحلیل گراف ملاحظه گردد، دیده می‌شود که از مقدار تیوریک 0.3333 در بعضی از انتروال‌ها دور هستیم. هرگاه تغییرات در سه ناحیه پریودهای کم و متوسط و زیاد که متناسب با کتله‌های کم و متوسط و زیاد می‌باشد در نظر بگیریم در باره انتروال درستی نتیجه تیوری می‌توان اظهار نظر نمود.

هرگاه قسمت ثابت را برای هر گراف محاسبه کنیم:



شکل ۳: تغییرات پریود اهتزازات فنر به تابع کتله آویخته

ملاحظه می‌گردد که با تزیاید کتله معلق و تزیاید پریود اهتزازات فنر ضریب f زاید می‌گردد و این تزیاید روال منطقی ندارد. علت این ناهماهنگی در تغییرات کتله مؤثر به پاسخ فنر در مقابل تغییرات کشش ارتباط دارد. فنرها من حیث اجسام ارتجاعی در مقابل قوه خارجی پاسخ تابع زمان را دارد و این پاسخ با تزیاید کتله کندتر می‌گردد. پاسخ فنر هم چنین به طول فنر بستگی دارد. یعنی فنرهای طویل‌تر پاسخ کندتری دارد. در مدت پاسخ فنر به تغییر قوه خارجی که طبعاً غیر خطی می‌باشد، روابط قبلاً به دست آمده برقرار نیست. هم چنین هر حلقه در برابر تغییرات قوه خارجی متفاوت عمل می‌کند که این نیز کتله مؤثر را در هر مرحله آزمایش متفاوت می‌سازد.



شکل ۴: تغییرات مربع پریود به تابع کتله آویخته و یک فیت خطی مناسب بر آن

در یک تحلیل از گراف فوق در انتروال‌های می‌توان جدول ذیل را به دست آورد:
جدول ۲: دیتای حاصل از تحلیل گراف از تغییرات کتله مؤثر فنر به تابع کتله آویخته در انتروال‌ها از نسبت بین کتله فنر و کتله آویخته

$M \leq m_s$	$m_{eff} = fm \approx 0.423$
$m_s \leq M \leq 2m_s$	$m_{eff} = fm \approx 0.343$
$2m_s \leq M \leq 4m_s$	$m_{eff} = fm \approx 0.348$
$4m_s \leq M \leq 6m_s$	$m_{eff} = fm \approx 0.397$
$6m_s \leq M \leq 8m_s$	$m_{eff} = fm \approx 0.428$
$8m_s \leq M \leq 10m_s$	$m_{eff} = fm \approx 0.482$

ملاحظه می‌گردد که در انتروال‌های مختلف هم ثابت دینامیکی فنر و هم کتله مؤثر متفاوت است. علت این تفاوت در اثر متقابل کتله خارجی و کتله فنر در اعمال قوه برگرداننده می‌باشد و تنها انتروال منطبق بر مقدار تیوریک، انتروال کتله جسم خارجی بین یک برابر و چهار برابر کتله فنر است. در خارج از این انتروال از مقدار 0.33 خارج می‌گردیم.

نتیجه‌گیری

در انتروال نسبت کتله‌ها $1 \leq \frac{M}{m_{eff}} \leq 4$ نتیجه به دست آمده به قیمت تیوریک ۰,۳۳، نزدیک هستیم و در خارج از این انتروال نتایج تیوریک و تجربه متفاوت است.

به علت این که ثابت فنر به قطر بستگی دارد، از انتروال کتله صرف نظر گردیده و انتروال زمان را در نظر گرفتیم. دلیل این اختلاف می‌تواند در تخمین‌های که در محاسبات صورت گرفته و یا هم عدم ایدئال بودن و یک‌نواخت بودن فنر باشد. هم‌چنین موجودیت ناخالص‌های سطحی فلز می‌تواند در عکس‌العمل فنر مؤثر باشد.

انتروال وزنه‌های انتخابی در حدود ۲۰۰-۵۰۰گرم برای این فنر خاص است. با تزاید کتله انحراف در نتیجه به دست می‌آید که انحراف از تیوری را نشان می‌دهد. به‌طور نمونه هرگاه کتله‌های آویخته خیلی زیادتر از کتله فنر و یا نزدیک به کتله فنر باشد، انحراف از نتیجه تیوریک به خوبی مشاهده می‌گردد. نتیجه به دست آمده با نتایج ارائه شده توسط نویسندگان، مطابقت ضمنی ندارد و به شرایط تجربه بستگی دارد.

پیشنهادات

در نظرگیری شرط کتله مؤثر فنر $1/3$ کتله فنر برای همه فنرها درست نیست، زیرا قطر فنر در ثابت فنر مؤثر است. در نظرگیری شرط کتله مؤثر فنر $1/3$ کتله فنر برای همه کتله‌های آویخته برقرار نیست و در یک انتروال معین برقرار می‌باشد. اثر درجه حرارت و سایر شرایط فزیکتی در تغییرات ثابت فنر نیز مهم است که باید لحاظ گردد.

- (1) Galloni EE, Kohen M. Influence of the mass of the spring on its static and dynamic effect. Am.J.Phys. 1979; 47(12): 1076-78.
- (2) Cushing JT. The spring-mass system revisited. Am.J.Phys. 1984; 52(10): 925-33.
- (3) Ma Y, Chang H, Wu Z, Jiang Y, Li J, Yin X, et al. Theoretical Study of the Energies of the Oscillating System with a Well-Distributed Mass of the Spring. SV. 2019; 53(4): 139-49.
- (4) Ruby L. Equivalent mass of a coil spring. the physics teacher. 2000; 38(3): 140-41.
- (5) Rodriguez EE, Gesnoui G. Effective Mass Of An Oscillating Spring. 2007; 45(1).
- (6) Mahanty J, Fox JG. The Effective Mass of An oscilating Spring. AmJPH. 1970; 38(1): 98.
- (7) Christensen J. An improved calculation of the mass for the resonant spring pendulum. Am.J.Phys. 2004; 72.
- (8) yost S. The Effect of Spring Mass on the Oselation Frequency. Uneversity of Tennessee. 2002 feb.
- (9) رجب علی خ. دریافت مایعات کم لزوج با فتر. مجله علمی پوهنتون کابل. ۱۳۹۴؛ (۲)۱: ۳۰-۴۰.
- (10) Tang YM, Hui KC. 7- Tang, Y. M.; Hui, K. C. (2007-07-01). "The Effect Of Tendons On Foot Skin Deformation". Computer-Aided Design. Human Modeling And Applications. 39 (7): 583–597. AmJPh. 2012;; 583-597.
- (11) Tang YM, Hui KC. Simulating Tenden Motion with Axial Mass- Spring System. Computer & graphics. 2009; 33(2).
- (12) Young HD, Freedman RA. UNIVERSITY PHYSICS With Modern Physics. 14th ed.: Pearson; 2016.
- (13) J.W. SRA&J. "PHYSICS FOR SCIENTISTS AND ENGINEERS With Modern Physics 9 Edition" : CENGAGE Learning; 2014.
- (14) Walker J. FUNDAMENTALS OF PHYSICS : John Wiley Sons; 2014.