مقایسه میتودهای تجربی تعیین مومنت عطالت دورانی یک جسم سخت

پوهنوال رجب‌علی خاوری

دیپارتمنت فزیک و الکترونیک، پوهنځی فزیک، پوهنتون کابل، کابل، افغانستان
ایمیل: khavary81@gmail.com

چکیده

مومنت عطالت یک استوانه‌ی فلزی با شعاعات داخلی و خارجی R_1 و R_2 در روش‌های تجربی مختلف مثل رقاصه‌ی فزیکی، رقاصه تورزیونی، رقاصه سه تاره، غلتش روی سطح مایل، ماشین اتود و سقوط جسم دوران‌کننده تحت کشش مورد تحقیق و تجربه قرار گرفته و نتایج هرکدام با نتیجه‌ی تیوریک مقایسه گردیده است. با درنظر داشت خبط تجربه که شامل خبط در اندازه‌گیری کتله و زمان و ابعاد می‌باشد، ملاحظه می‌گردد که روش یا میتودهای اهتزازی رقاصه‌یی نتایج بهتری را نسبت به دیگر میتودها ارائه می‌دارد. سیستم‌های رقاصه‌یی به‌طور عام و میتود رقاصه تورزیونی به‌طور خاص مطابقت بیشتری بین تیوری و تجربه را ایجاد می‌کند و منحیث یک روش مطمئن‌تر برای دریافت مومنت عطالت دورانی جسم (استوانه) محسوب می‌گردد. اهمیت این تحقیق اولاً در بررسی روش‌های مختلف تجربی برای دریافت مومنت عطالت دورانی می‌باشد و ثانیاً در انجام تحقیق روی یک جسم است که می‌تواند از پراکنده‌گویی و درنظرگیری اجسام مختلف دوری گردد.

اصطلاحات کلیدی: رقاصه‌ی سه‌تاره؛ رقاصه تورزیونی؛ روش‌های تجربی؛ مومنت عطالت دورانی؛ پریود اهتزاز؛ سقوط تحت کشش

Comparison of Experimental Methods for Determining the Rotational Moment of a Rigid Body

Associate. Prof. Rajab Ali Khavari

Department of Physics and Electronics, Faculty of Physics, Kabul University, Kabul, Afghanistan
Email: khavary81@gmail.com

Abstract

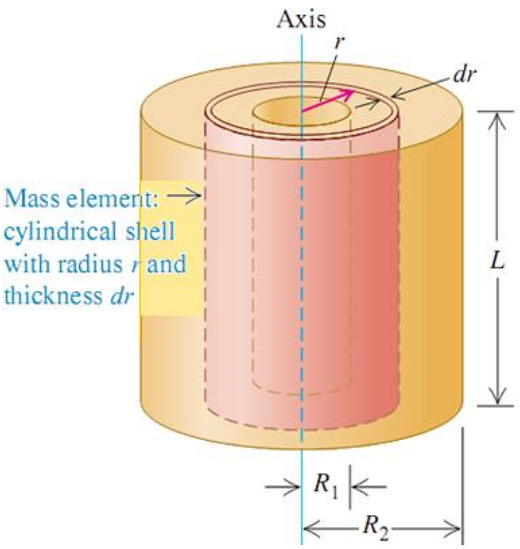
The moment of inertia of a metal cylinder with internal and external radii R_1, R_2 has been researched and experienced in various experimental methods such as physical pendulums, torsional pendulums, three-piece pendulums, rolling on an inclined surface, etching machines, and falling rotating objects under tension. The results of each are compared with the theoretical result. Considering the experimental error, which includes errors in measuring the mass, time, and dimensions, it is observed that pendulum vibration methods give better results than other methods. Pendulum systems, in general, and the torsional pendulum method, in particular, create a greater correspondence between theory and experience and are considered a safer method for obtaining the moment of body rotation (cylinder). The importance of this research lies, firstly, in examining different experimental methods to receive the moment of rotational inertia, and secondly, in examining an object that can avoid scattering and considering different objects.

Keywords: Tri-Filar Pendulum; Torsional Pendulum; Experimental Methods; Rotational Atomic Moment; Vibrating Period; Falling Under Tension

مقدمه

مومنت عطالت یکی از خواص اجسام سخت می‌باشد و آن عبارت از مقاومت جسم در برابر تورک دورای خارجی است. این مشخصه تابع شکل هندسی و کتله‌ی جسم می‌باشد. در منابع مختلف روش‌های تیوریکی زیادی برای محاسبه مومنت عطالت وجود دارد و هم‌چنین روش‌های تجربی برای دریافت مومنت عطالت اجسام پیشنهاد گردیده است. در این مقاله سعی شده است که روش‌های تجربی با تکیه بر تیوری انکشاف‌یافته‌ی آن به‌صورت عملی انجام شده و نتایج آن‌ها با هم مقایسه می‌گردد. روش‌های تجربی متعددی که براساس طبقه‌بندی سیستم‌های اهتزازی و تعجیلی طبقه‌بندی شده است و هر کدام روی‌کردهای مختلفی برای حل مسأله از حیث تنوع در ماهیت، ساختار، نحوه‌ی عمل دارند و نتیجه متفاوت هستند. همه این روش‌ها روی یک جسم که یک استوانه فلزی با مشخصات R_2 و R_1 و m هستند اعمال گردید و نتیجه آن‌ها با نتیجه تیوریک مورد مقایسه قرار گرفته است.

این میتود یک میتود تجربی بوده و نتایج تیوریک از منابع مختلف اخذ شده است. هریک از روش‌ها در منابع مختلف به‌صورت مفصل در قالب مثال و یا تمرین آورده شده و هم‌چنین در لابراتوارهای میخانیک فزیک و انجینری در پوهنتون‌های مختلف مورد تجربه قرار گرفته است. تلاش صورت گرفت تا با امکانات موجود در لابراتوار میخانیک پوهنځی فزیک تمامی میتودها روی یک جسم واحد که عبارت استوانه‌ی فلزی است، صورت گیرد و نتیجه‌ی همه آن‌ها مقایسه گردد.



شکل۱: استوانه به شعاعات داخلی و خارجی R_1وR_2 (1)

تحلیل تیوریک مومنت عطالت استوانه

مومنت عطالت یک استوانه با قطر داخلی از طریقه‌های مختلف قابل حصول است. یکی از طریقه‌ها، استفاده از عنصر لایه استوانوی و انکشاف آن از مرکز تا لبه است. براساس تیوری مومنت عطالت

دورانی در حالت متمادی یک عنصر dm به‌صورت یک لایه‌ی استوانه‌یی درنظر گرفته می‌شود. این لایه شامل ضخامت dr و کتله dm می‌باشد. ارتباط عنصر dm با کثافت حجمی و مشخصات هندسی به‌صورت ذیل است:

$$dm = \rho dV = \rho(2\pi rL)dr$$
$$I = \int r^2 dm = \int_{R_1}^{R_2} r^2 \rho(2\pi rL)dr = 2\pi L\rho \int_{R_1}^{R_2} r^3 dr$$
$$\rightarrow I = \frac{2\pi\rho L}{4}(R_2^4 - R_1^4) = \frac{2\pi\rho L}{4}(R_2^2 - R_1^2)(R_2^2 + R_1^2)$$
$$\rightarrow I_{cm} = \frac{1}{2}M(R_2^2 + R_1^2) \quad (۱)$$

که در آن کتله به‌صورت ذیل معلوم شده است:

$$V = \pi L(R_2^2 - R_1^2) \rightarrow M = \rho V = \rho\pi L(R_2^2 - R_1^2)$$

برا ساس این نتیجه با معلوم بودن شعاعات و کتله می‌توان مومنت عطالت ا ستوانه را بد ست آورد. در این نتیجه طول استوانه مؤثر نیست؛ یعنی هرمقدار می‌تواند باشد. اما برای مومنت عطالت حول محور عمود بر محور تقارن استوانه طول یک عامل مهم می‌باشد.

در میتود تجربی برای دریافت مومنت عطالت حول محورهای مختلف قضایای محورهای موازی و متعامد در حل مسأله کمک بسیاری می‌نماید. برطبق قضیه محورهای موازی مومنت عطالت حول محور موازی با محور از مرکز عبور نموده و به فاصله d از مرکز هندسی برابر با $I = I_{cm} + Md^2$ و برای اجسام دوبعدی و یک‌بعدی مومنت عطالت حول دو محور برابر مومنت عطالت حول محور سوم است. در بیان محورهای قائم $I_z = I_x + I_y$ (2)

میتود اول. رقاصه فزیکی

برای یک سیستم رقاصه فزیک که شامل یک جسم با یک نقطه تعلیق می‌باشد، پریود اهتزاز عبارت از: (3)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd_{cm}}} \quad (۲)$$

اســت که درآن m کتله و I مومنت عطالت جســم و d_{cm} فاصــله محور دوران از مرکز ثقل جســم ا ست. ملاحظه می‌گردد برای $d_{cm} = 0$ مقدار $T = \infty$ بد ست می‌آید که ا شاره به پریود لایتناهی دارد. بنابراین، از میتود رقاصه نمی‌توان مومنت عطالت حول مرکز ثقل را بدست آورد.

وسیله مورد تجربه در این میتود استوانه فلزی با شعاعات خارجی و داخلی (R_2 و R_1) توسط دو نوک چاقوی تیز از دو طرف نگهداشته شده است. به‌علت وزن اضافی قسمت پایین تورک دوران ناشی از وزن اضافی به حرکت استوانه یک حالت رقاصه فزیکی را می‌دهد. در ابتدا مومنت عطالت یک استوانه درون خالی را حول مرکز ثقل یا محور مرکزی دوران در نظر می‌گیریم که عبارت است از (1)

$$I_{cm} = \frac{1}{2}m(R_1^2 + R_2^2)$$

براساس قضیه محورهای موازی در مومنت عطالت دورانی برای محور واقع در لبه‌ی داخلی داریم:

$$I = I_{cm} + mR_1^2 \quad (۳)$$

مرکز ثقل اســتوانه ثابت و همان محور مرکزی اســت. بنابراین، از رابطه (۲) برای پریود اهتزاز رقاصــه فزیکی و در نتیجه برای پریود داریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mg(R_1)}} \rightarrow I = \frac{T^2 mgR_1}{4\pi^2}$$

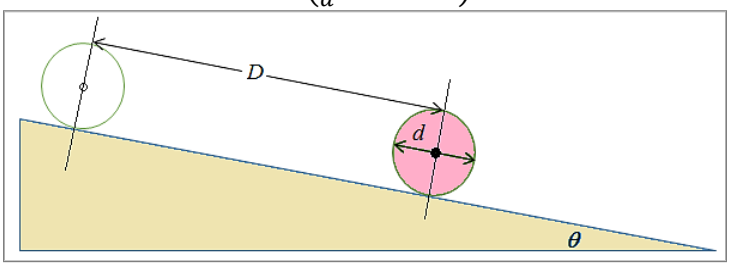
$$\rightarrow I_{cm} = I - mR_1^2 = \frac{T^2 mgR_1}{4\pi^2} - mR_1^2 = mR_1(\frac{T^2 g}{4\pi^2} - R_1) \qquad (۴)$$

اهتزازات با زاویه کم در نظر گرفته می‌شود تا شرط فوق برقرار بماند.

میتود دوم. غلتش روی سطح مایل

در این روش از قضیه انرژی حرکتی دورانی و همین‌طور قضیه محورهای موازی در مومنت عطالت دورانی استفاده می‌گردد. برای یک استوانه غلتان روی یک سطح مایل با زاویه θ حرکت یک حرکت تعجیلی ثابت است. ارتباط مومنت عطالت استوانه به شعاع دوران و کتله و زاویه به‌صورت ذیل است: (4)

$$I = MR^2\left(\frac{g}{a}sin\theta - 1\right) \qquad (٦)$$



شکل ۲: شیمای حرکت غلتشی استوانه به شعاع d و طی مسافت D از حالت سکون

از طرفی برای دریافت تعجیل ثابت a اســتوانه را درنظر بگیرید که از مقابل یک ســنســور نوری عبور کرده و زمان عبور t نشــان داده می‌شــود. هرگاه فاصــله اولیه حرکت را D و قطر اســتوانه را d بنامیم با فرض حرکت از سکون استوانه می‌توان برای تعجیل رابطه‌ی ذیل را بدست آورد:

$$d = \frac{1}{2}at^2 + v_o t \text{ و } v_o = \sqrt{2aD}$$

$$\rightarrow d = \frac{1}{2}at^2 + \sqrt{2aD}t \rightarrow at^2 + 2\sqrt{2aD}t - 2d = 0$$

که یک معادله درجه دوم t است و حل ان براساس ضرایب می‌دهد:

$$t = \frac{-2\sqrt{2aD} \pm \sqrt{4(2aD)+8ad}}{2a} = \frac{\sqrt{4(2aD)+8ad}-2\sqrt{2aD}}{2a} = \frac{\sqrt{2(D+d)}-\sqrt{2D}}{\sqrt{a}}$$

$$\rightarrow a = \left(\frac{\sqrt{2(D+d)}-\sqrt{2D}}{t}\right)^2 \qquad (٦)$$

در این‌جا استوانه از حالت سکون رها می‌گردد و با تعجیل ثابت a روی سطح مایل سقوط می‌کند. با توجه به مشخصات dوD طبق شکل و زمان اندازه شده توسط تایمر، مقدار a و وضع در رابطه (۵) مقدار I به‌صورت تجربی معین می‌گردد.

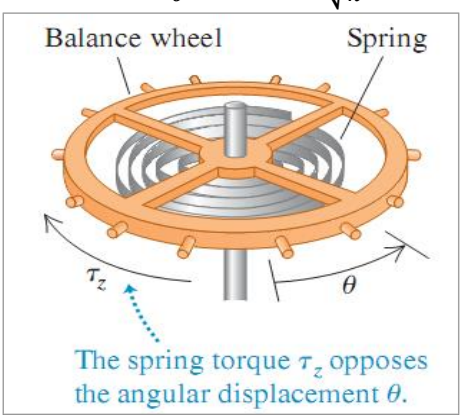
$$I = MR^2\left(\frac{gsin\,\theta}{\left(\frac{\sqrt{2(D+d)}-\sqrt{2D}}{t}\right)^2}-1\right) \qquad (۷)$$

این مومنت عطالت مربوط به مرکز ثقل ا ست و با توجه به قضیه محورهای موازی مقدار مومنت حول لبه داخلی استوانه معلوم می‌گردد.

میتود سوم. رقاصه تورزیونی

این میتود استوار بر حرکت اهتزازی یک فنر پیچشی است که قوه‌ی بازگرداننده‌ی فنر با انرژی دورانی جسم دروان‌کننده که به‌صورت مومنت دورانی در تقابل بوده و یک حرکت اهتزازی را شکل می‌دهد. فنرهای پیچشی مثل فنرهای طولی یک ضریب ارتجاعیت اما از نوع دورانی دارد؛ زیرا این فنرها حول محور مرکز حول اهتزاز می‌کند که تابع تغییر زاویه و قوه‌ی وارده است. برای تعیین مقدار ضریب سختی دورانی فنر پیچشی با یک ترازوی فنری آن‌را از یک فاصله معین تحت زاویه معین دوران می‌دهیم که میزان تغییر زاویه و مقدار قوه‌ی ضریب سختی آن‌را تعیین می‌کند (1).

$$\kappa = \frac{Fr}{\theta} \text{ و } T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\kappa}}$$



شکل ۳: قرار دادن جسم روی یک سیستم رقاصه تورزیونی تخت (1)

در این‌جا F قوه‌ی عمود بر شعاع دوران و r فاصله از محور دوران و θ زاویه چرخیده برحسب رادیان و I مومنت عطالت کل سیستم می‌باشد. برای دریافت قیمت κ سیستم را بدون جسمی با مومنت عطالت معلوم و با جسمی با مومنت عطالت معین اهتزاز می‌دهیم. با معلوم بودن زمان هرکدام و مومنت عطالت جسم معین رابطه ذیل برای κ بدست می‌آید:

$$T_1^2 = \frac{4\pi^2 I_1}{\kappa}\,, T_2^2 = \frac{4\pi^2(I_2+I_1)}{\kappa} \rightarrow T_2^2 - T_1^2 = \frac{4\pi^2(I_2)}{\kappa}$$

$$\rightarrow \kappa = \frac{4\pi^2 I_2}{T_2^2 - T_1^2}$$

حال جسم معلوم را برداشته و استوانه مورد آزمایش را در مرکز دیسک‌سیستم قرار می‌دهیم و در هر سه مرحله در یک زاویه‌ی معین اهتزاز می‌نماییم. با معلوم بودن زمان‌ها و مومنت عطالت جسم معلوم مقدار مومنت عطالت استوانه قابل تعیین است.

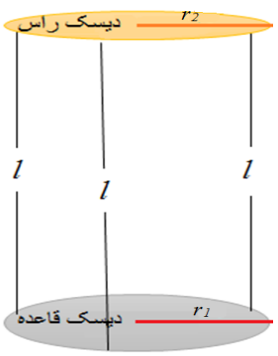
$$T_3^2 = \frac{4\pi^2(I_1+I_3)}{\kappa} \rightarrow T_3^2 - T_1^2 = \frac{4\pi^2 I_3}{\kappa} = \frac{4\pi^2 I_3}{\frac{4\pi^2 I_2}{T_2^2-T_1^2}}$$

$$\rightarrow I_3 = \frac{T_3^2-T_1^2}{T_2^2-T_1^2} I_2 \qquad (۸)$$

با معلوم بودن مومنت جسم معلوم و زمان‌ها می‌توان مومنت عطالت استوانه را بدست آورد. همانند فنر طولی امپلیتود اهتزاز مستقل از پریود می باشد؛ اما اهتزازات بزرگ به‌علت مقاومت هوا و ناخالصی‌های فنر و اصطکاک کمی تابع زمان می‌باشد.

میتود چهارم. رقاصه‌ی سه‌تاره (ترای فیلار)

این رقاصه یک سیستم ساده ولی در عین حال دقیق است که قوه بازگرداننده‌ی رقاصه جاذبه می‌باشد؛ اما از یک نوعی شبیه رقاصه‌ی تورزیونی است. سیستم شامل یک دیسک قاعده به شعاع r_1 و یک دیسک و یا رینگ رأس به شعاع r_2 و سه تار باریک و محکم و غیر قابل ارتجاع به طول l که از سه نقطه



شکل۴: رقاصه‌ی سه‌تاره یا ترای فیلار که در ان دیسک زیرین توسط سه تار باریک به دیسک فوقانی متصل است

متساوی‌الفاصله از لبه‌ی دیسک و یا رینگ بالایی بر سه ناحیه به فواصل برابر در لبه‌ی دیسک قاعده متصل است. تارها هم اندازه و هم‌شکل و همجنس می‌باشد. هرگاه دیسک قاعده کمی دوران نماید، ارتفاع آن کمی تغییر کرده و تغییر در انرژی پوتنشیل ایجاد شده سبب ایجاد قوه بازگرداننده رقاصه شده و آن‌را برمی‌گرداند که نتیجه‌ی آن یک انرژی حرکی دورانی است. همانند رقاصه، این انرژی حرکی در سمت مخالف به انرژی پوتنشیل و باالعکس تبدیل می‌گردد که نتیجه‌ی آن یک حرکت رفت و برگشتی است. مثل رقاصه‌ی تورزیونی این‌جا نیز اهتزازات یا انرژی دورانی خود سیستم بدون جسم تحت تجربه سنجیده شود که می‌تواند از اهتزاز سیستم بدون جسم تحت تجربه شروع گردد.

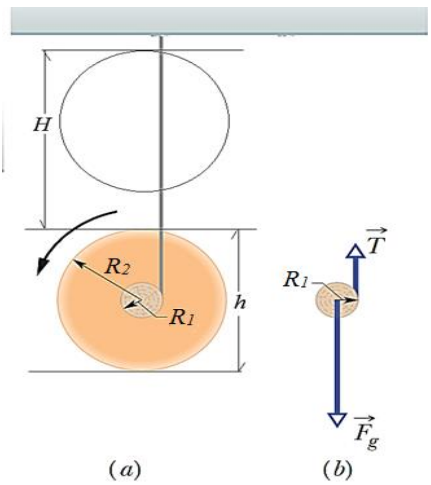
هرگاه زمان اهتزاز با جسم مورد تجربه واقع در مرکز و بدون جسم مورد تجربه اندازه‌گیری شود و با معلوم بودن کتله‌ی دیسک قاعده و کتله جسم مورد تجربه و ارتفاع بین دو دیسک رابطه‌ی ذیل برای مومنت عطالت دورانی جسم مورد تجربه (استوانه فلزی) بدست می‌آید:

$$I = \frac{Mgr_1r_2}{4\pi^2 h}\left(T_2^2 + \frac{m}{M}(T_2^2 - T_1^2)\right) \quad (۹)$$

که m کتله دیسک قاعده+کتله طناب و M کتله استوانه است. پریودهای T_1 و T_2 مربوط به اهتزاز بدون جسم مورد تجربه و با جسم مورد تجربه است (5).

میتود پنجم. سقوط دورانی (یویو)

هرگاه به‌دور یک استوانه و یا جسم مدور دیگری طناب غیر مرتجع پیچیده شده و یک سرآن نگهداشته شده و سر دیگر آن رها گردد. به‌علت جاذبه‌ی زمین استوانه سقوط می‌کند. اما به‌علت داشتن مومنت دورانی استوانه و کشش طناب سقوط آن مشابه سقوط آزاد با تعجیل ثابت a می‌باشد (3).



شکل ۵: (a)جسم مدوری‌که که طناب حول محور آن پیچیده شده و با سقوط کردن دوران می‌کند. (b) دیاگرام قوه‌های وارد برجسم مدور (3)

بر محور دوران به شعاع R_1 قوه مرکز ثقل به‌طرف پایین و قوه‌ی کشش به‌طرف بالا اعمال می‌گردد. مقدار تعجیل یو-یو در اثر تقابل این دو قوه به‌صورت ذیل است:

$$a = \pm\frac{g}{1+\frac{I}{MR_1^2}}$$

که مثبت و منفی مربوطه به جهت موافق با جاذبه و مخالف با جاذبه است.

از طرفی طبق تحلیل قبلی در مورد عبور تعجیل ثابت یک جسم از مقابل سنسور نوری و دریافت مدت زمان عبور، می‌توان تعجیل را به‌صورت ذیل داشت:

$$a = \left(\frac{\sqrt{2(H+h)}-\sqrt{2H}}{t}\right)^2$$

که h و H به‌ترتیب قطر استوانه و ارتفاع رها سازی است. با معلوم بودن مکان رهاسازی و مکان سنسور می‌توان مقدار تعجیل را عملا بدست آورد. حال با برابری دو کمیت داریم:

$$I = MR_1^2\left(\frac{g}{\left(\frac{\sqrt{2(H+h)}-\sqrt{2H}}{t}\right)^2}-1\right) \qquad (۱۰)$$

به‌علت داشتن انرژی دورانی استوانه بعد از رسیدن به انتهای طناب حرکت معکوس شده و دوباره استوانه به محل قبلی خود برمی‌گردد. البته این یک فرضیه است؛ زیرا به مقداری از انرژی جسم صرف غلبه بر موانع میخانیکی گردیده و بنابراین، تا محل رهاسازی بر نمی‌گردد. این میتود یک میتود مناسب برای بررسی قوانین تحفظ انرژی می‌باشد (3).

میتود ششم. ماشین اتود

در این میتود استوانه منحیث یک گوتک توسط یک طناب متصل به دو جسم دوران داده می‌شود. دو جسم با کتله‌های متفاوت m_1 و m_2 به‌علت وزن آن‌ها حرکت تعجیلی کسب نموده و جسم سنگین‌تر با تعجیل ثابت a سقوط می‌کند. براساس قوانین نیوتن هرگاه کشش طناب تغییر نکند و طناب روی گوتک (استوانه) نلغزد و هم‌چنین طناب ارتجاعیت نداشته باشد می‌توان رابطه‌ی ساده بین کشش طناب و تعجیل جسم و مومنت عطالت و هم‌چنین کتله‌های دو جسم آویزان بدست آورد.

در این‌جا مثل حالت غلطش استوانه روی سطح مایل مقدار تعجیل a به فاصله شروع حرکت تا سنسور و قطر جسم عبور کرده از مقابل سنسور بستگی دارد که عبارت است از:

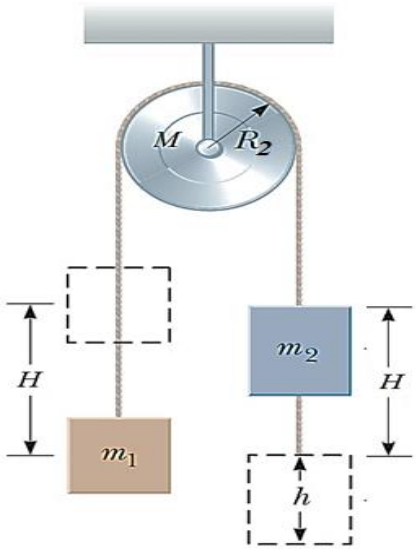
$$a = \left(\frac{\sqrt{2(H+h)}-\sqrt{2H}}{t}\right)^2$$

هم‌چنین از ملاحظات تحفظ انرژی میخانیکی برای حرکت تعجیل ثابت ماشین آتود داریم: (4,6)

$$a = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2+\frac{I}{R_2^2}}g$$

برابری دو کمیت می‌دهد:

$$\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2+\frac{I}{R_2^2}}g = \left(\frac{\sqrt{2(H+h)}-\sqrt{2H}}{t}\right)^2$$



شکل٦: دیاگرام حرکت ماشین اتود، در آن کتله‌های m_1 و m_2 توسط یک طناب باریک به هم متصل شده

$$\rightarrow I = R_2^2\left(\frac{(m_1-m_2)g}{\left(\frac{\sqrt{2(H+h)}-\sqrt{2H}}{t}\right)^2} - (m_1+m_2)\right) \qquad (11)$$

با معلوم بودن کتله‌ها و همین‌طور ارتفاع رها سازی و قطر جسم عبور کرده از مقابل سنسور نوری می‌توان مومنت عطالت استوانه را تعیین نمود.

برای دریافت دقیق‌تر و بهتر نتیجه مراحل مختلف را با کتله‌های مختلف و همین‌طور ارتفاعات مختلف رهاسازی انجام داد. این روش یک روش مناسب برای بررسی حرکت‌های تعجیلی با تعجیل کم و همین‌طور بررسی قانون دوم نیوتن می‌باشد. این روش مناسب برای بررسی سیستم‌های کتله متغییر (7) و تحلیل شبکه‌های مسلسل و موازی میخانیکی می‌باشد (8).

طرزالعمل تجربی

برای انجام و اجرای هر کدام از تجارب شرایط انجام را به‌قسمی عیار ساختیم تا هر تجربه با بهترین شرایط اجرا گردد. برای انجام هر تجربه استوانه واحد با مشخصات $m = 620gr$ و $R_1 = 0.5\ cm$ و $R_2 = 3\ cm$ که فلز می‌باشد در نظر گرفته شده است.

میتود اول. رقاصه فزیکی

استوانه فلزی توسط دو نوک چاقو افقی از نقطه لبه داخلی آویزان گردیده و اهتزازات کم اندازه می‌گردد که در ۵ مرتبه اندازه‌گیری از نقاط مختلف پریود توسط تایمر نوری تعیین گردیده و جدول ۱ تکمیل گردیده است.

جدول۱: دیتای حاصل از تجربه رقاصه فزیکی و تحلیل ارقامی آن

مرتبه تجربه	پریود	کتله (گرم)	شعاع داخلی (سانتی‌متر)	شعاع خارجی (سانتی‌متر)	مومنت عطالت تیوری مرکز ثقل	مومنت عطالت تجربی با رقاصه فزیکی	اختلاف	فیصدی اختلاف نسبی
۱	۰,۶۲	۹۰۹	۰,۵	۳	۴۱۹۹,۵	۴۱۵۹,۴۲۴	۴۰,۰۷۶	۰,۹۵
۲	۰,۶۱۹	۹۰۹	۰,۵	۳	۴۱۹۹,۵	۴۱۴۵,۲۷۶	۵۴,۲۲۴	۱,۲۹
۳	۰,۶۲۱	۹۰۹	۰,۵	۳	۴۱۹۹,۵	۴۱۷۳,۵۹۵	۲۵,۹۰۵	۰,۶۲
۴	۰,۶۲	۹۰۹	۰,۵	۳	۴۱۹۹,۵	۴۱۵۹,۴۲۴	۴۰,۰۷۶	۰,۹۵
۵	۰,۶۱۸	۹۰۹	۰,۵	۳	۴۱۹۹,۵	۴۱۳۱,۱۵۱	۶۸,۳۴۹	۱,۶۳

در این میتود اختلاف نسبی در حد خطای تجربه است و می‌تواند منحیث یک میتود مناسب برای اندازه‌گیری مومنت عطالت دورانی محسوب گردد. این میتود برای اجسام متقارن خوب است؛ زیرا مرکز ثقل به آسانی قابل تعیین می‌باشد. به‌علت موجودیت اصطکاک خیلی کم، این میتود نتیجه خوبی را داده است.

میتود دوم. غلتش روی سطح مایل

استوانه فلزی روی سطح مایل با زوایه های مختلف از یک نقطه معین رها گردیده و زمان عبور قطر استوانه توسط تایمر نوری تعیین گردیده و جدول ۲ تکمیل گردیده است.

جدول ۲: دیتای حاصل از تجربه غلتش روی سطح مایل و تحلیل ارقامی آن

کتله (گرم)	شعاع (سانتیمتر)	ساین زاویه	فاصله روی سطح مایل (سانتیمتر)	قطر استوانه (سانتیمتر)	زمان (ثانیه)	مومنت عطالت تیوری	مومنت عطالت تجربی	اختلاف	فیصدی اختلاف نسبی
۹۲۰	۳	۰,۰۴۳	۴۱,۶	۶	۰,۱۲۳	۴۲۵۵	۴۴۳۹,۵۸۵۴	۱۸۴,۵۸۵۴	۴
۹۲۰	۳	۰,۰۵۸	۴۳	۶	۰,۱۰۵	۴۲۵۵	۴۵۴۲,۲۹۸۱	۲۸۷,۲۹۸۱	۶
۹۲۰	۳	۰,۰۷۶	۴۲,۷	۶	۰,۰۹۲	۴۲۵۵	۴۴۸۰,۵۷۴۴	۲۲۵,۵۷۴۴	۵
۹۲۰	۳	۰,۰۸۷	۴۲,۵	۶	۰,۰۸۶	۴۲۵۵	۴۶۹۲,۹۱۵۴	۴۳۷,۹۱۵۴	۹
۹۲۰	۳	۰,۱۱	۴۲,۵	۶	۰,۰۷۶	۴۲۵۵	۴۶۰۷,۶۸۹۴	۳۵۲,۶۸۹۴	۸

در این میتود خطا زیاد می‌با شد؛ زیرا عوامل اندازه‌گیری زیاد ا ست که هر کدام در ایجاد خبط سهیم هستند. دقت تایمر 0.001s و دقت متر 1mm می‌باشد که اندازه‌گیری طول در چهار مرحله انجام شده است. این میتود برای اجسام مدور که قابلیت چرخش دارد، خیلی مناسب است.

میتود سوم. رقاصه تورزیونی

در این میتود استوانه فلزی روی یک رقاصه تورزیونی نصب شده و سستم تحت زاویه ۱۸۰ درجه عموداً کشیده شده و قوه‌سنج مناسب از فاصله معین مقدار قوه وارده تعیین گردیده است. زمان پریود اهتزاز توسط تایمر نوری تعیین شده است. جدول ۳ برای این دیتاگیری ترتیب شده است.

جدول ۳: دیتای حاصل از تجربه‌ی رقاصه‌ی تورزیونی و تحلیل ارقامی آن

M	a	b	c	پریود اول	پریود دوم	پریود سوم	مومنت مکعب مستطیل	مومنت عطالت تجربی	مومنت عطالت تیوریک	اختلاف	فیصدی اختلاف نسبی
۱۱۱۲	۳	۲,۸۵	۱۷,۳	۰,۳۲۲	۱,۴۲۱	۰,۶۲۲	۲۸۵۶۸,۲۱	۴۲۲۳,۵۸۴	۴۲۵۵	۳۱,۴۱۶	۰,۷۳۸
۱۱۱۲	۳	۲,۸۵	۱۷,۳	۰,۳۲۳	۱,۴۱۹	۰,۶۲۳	۲۸۵۶۸,۲۱	۴۲۴۶,۵۵۴	۴۲۵۵	۸,۴۴۶	۰,۱۹۸
۱۱۱۲	۳	۲,۸۵	۱۷,۳	۰,۳۲۲	۱,۴۱۹	۰,۶۲۱	۲۸۵۶۸,۲۱	۴۲۱۷,۵۵۲	۴۲۵۵	۳۷,۴۴۸	۰,۸۸
۱۱۱۲	۳	۲,۸۵	۱۷,۳	۰,۳۲۴	۱,۴۱۷	۰,۶۲۲	۲۸۵۶۸,۲۱	۴۲۳۲,۲۵۱	۴۲۵۵	۲۲,۷۴۹	۰,۵۳۵
۱۱۱۲	۳	۲,۸۵	۱۷,۳	۰,۳۲۲	۱,۴۱۶	۰,۶۲۳	۲۸۵۶۸,۲۱	۴۲۷۳,۸	۴۲۵۵	۱۸,۸	۰,۴۴۲
							اوسط	۴۲۳۸,۷۴۸	۴۲۵۵	۲۳,۷۷۲	۰,۵۵۹

ملاحظه می‌گردد که نتیجه تجربی بدست آمده در این میتود خیلی عالی بوده و خطای اندازه‌گیری خیلی کم می‌باشد. استفاده از وسیله‌ی اندازه‌گیری زمان مناسب و دقیق این نتیجه را بدست آورده است. این متیود برای اجسام بی‌شکل خیلی مناسب است؛ زیرا لازم به تعیین دقیق مرکز ثقل نیست.

میتود چهارم. رقاصه سه‌تاره

در این روش از یک رقاصه سه‌تاره استفاده شده است. این سیستم شامل یک دیسک قاعده و یک دیسک رأس و سه‌تار هم‌طول بدون ارتجاع می‌باشد. سیستم بدون جسم تحت تجربه و با جسم تحت تجربه در مرکز اهتزاز دورانی داده می‌شود و برای جلوگیری از انحراف دیسک قاعده از مرکز یک میله در مرکز دیسک قاعده قرار دادیم که از سوراخ دیسک کمی کوچک‌تر است و نسبتاً آزاد می‌باشد. در پنج مرحله‌ی اندازه‌گیری انجام شده و نتیجه در جدول ۴ آورده شده است:

جدول ۴: دیتای حاصل از تجربه رقاصه ترای فیلار و تحلیل ارقامی آن

شعاع دیسک راس (سانتیمتر)	شعاع دیسک قاعده (سانتیمتر)	ارتفاع دیسک اززراس (سانتیمتر)	کتله استوانه (گرم)	کتله سیستم رقاصه	پریود اول (ثانیه)	پریود دوم (ثانیه)	مومنت عطالت تیوریک	مومنت عطالت تجربی	اختلاف	فیصدی نسبی اختلاف
۶,۳	۵,۲	۸۵,۵	۹۲۰	۵۰	۱,۲	۰,۷۳۲	۴۲۵۵	۴۲۵۰,۰۲۸	۴,۹۷۲	۰,۱۱۷
۶,۳	۵,۲	۸۸,۸	۹۲۰	۵۰	۱,۲۳۳	۰,۷۴۷	۴۲۵۵	۴۲۵۲,۰۷	۲,۹۳	۰,۰۶۹
۶,۳	۵,۲	۹۱,۸	۹۲۰	۵۰	۱,۳۲	۰,۷۶۷	۴۲۵۵	۴۲۷۴,۵۹۶	۱۹,۵۹۶	۰,۴۵۸
۶,۳	۵,۲	۹۵,۵	۹۲۰	۵۰	۱,۳۵۷	۰,۷۸۴	۴۲۵۵	۴۲۸۴,۲۴۳	۲۹,۲۴۳	۰,۶۸۳
۶,۳	۵,۲	۱۰۰,۲	۹۲۰	۵۰	۱,۳۷۹	۰,۸	۴۲۵۵	۴۲۵۸,۰۲۴	۳,۰۲۴	۰,۰۷۱

ملاحظه می‌گردد که این میتود نیز همانند دو میتود قبلی رقاصه‌ی تورزیونی و رقاصه‌ی فزیکی دارای نتیجه دقیق‌تر و خطای کمتری نسبت به میتودهای قبلی می‌باشد. به‌علت نسبتاً آزاد بودن دوران رقاصه و کشش ثابت تارها میزان خطا کم می‌باشد و اختلاف بین نتایج تیوریک و تجربه نسبتاً کم می‌باشد.

این میتود برای اجسام منظم و نامنظم مناسب می‌باشد و تنها تنظیم دقیق تارها و اندازه‌گیری بدون اهتزاز غیر دورانی می‌باشد.

بحث و مناقشه

در این مقاله با استفاده از تحلیل تیوریک و نتایج تجربی در هر وسیله سعی شده است تا ارتباط بین نتایج تیوریک و تجربی ارزیابی شده و بهترین روش برای دریافت مومنت عطالت اجسام (مدور) کسب گردد. روش‌های تجربی در لابراتوارهای فزیک و انجینری تطبیق می‌شود و در تحلیل دیتا و دریافت نتیجه باید اثر خبط را در قسمت‌های مختلف در نظر گرفت. روش‌های تجربوی به‌صورت‌های مختلف انجام می‌شود. اما برطبق نتیجه بدست آمده ملاحظه می‌گردد که روش رقاصه‌یی بهتر از دیگر روش‌ها می‌باشد، اما روش‌های غلتشی با حذف عامل اصطکاک می‌تواند خوب عمل نماید.

نتیجه‌گیری

در میتودهای تجربی که حرکت روی دو سطح در تماس صورت می‌گیرد؛ مثل رقاصه تورزیونی و یا هم سطح مایل، اثر اصطکاک در اندازه‌گیری زمان داخل گردیده و نتیجه را تحت تأثیر قرار می‌دهد. بنابراین، برای بدست آوردن مومنت عطالت با این میتودها باید شرایط برای تقلیل اصطکاک فراهم گردد؛ اگرچه حذف اصطکاک غیر ممکن است. در میتودهای که اثر حرکت دو سطح مطرح نیست و عامل اصطکاک مؤثر نمی‌باشد؛ مثل رقاصه‌ی فزیکی و رقاصه‌ی سه‌تاره نتایج تیوریک و تجربی خیلی نزدیک می‌باشد. بنابراین، برای دریافت مومنت عطالت این میتودها خیلی مناسب‌تر و دقیق‌تر است. میتودهای رقاصه‌یی از میتودهای دیگر نتایج بهتری را می‌دهد. در مواردی‌که اثر کشش تار به‌علت اجسام سنگین مطرح می‌گردد، مثل میتود یو-یو بازهم خطا ناشی از کشش تار می‌باشد که می‌تواند با درنظرگیری استوانه سبک و یا هم تار غیر مرتجع، نتایج بهتری را بدست آورد.

پیشنهادات

در لابراتوارهای میخانیک در پوهنځی‌های فزیک و انجینری تجارب با روی‌کرد متفاوت و انگیزشی صورت گیرد تا محصلین به مفاهیم اولیه تحقیق و تحلیل نتایج بیشتر آشنا گردد. در استفاده از وسایل و امکانات شرایط انجام تجربه و هم‌چنین میتودهای تحلیل توجه دقیق صورت گیرد.

منابع

(1) Young HD, Freedman RA, Ford AL. UNIVERSITY PHYSICS with modern physics. 13th ed.: Pearson; 2012.

(2) Fowles GR, Cassiday GL. Analytical Mechanics. 3rd ed.: Brooks/Cole (Thomson); 2005.

(3) Walker J. FUNDAMENTALS OF PYSICS. 9th ed.: John Wiley & Sons, Inc.; 2015.

(4) Ohanian HC. Physics for Engineers and Scientists. 3rd ed. USA: W.W. Norton & Company, Inc.; 2007.

(5) Genta G, Delprete C. Some considerations on the experimental of moment of inertia. Meccanica. 1994; 29: 125-141.

(6) Serway RA, Jewett Jr. JW. Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics, Ninth Edition. 9th ed. USA: Brooks/Cole CENGAGE Learning; 2014.

(7) De Sousa CA. The Atwood’s machine as a tool to introduce variable mass systems. 2011.

(8) Jafari MM. Introduction of Atwood's machines as Series and Parallel network. Lat. Am. J. Phys. Educ. 2011; 5(2): 338-343.