

محاسبه انرژي کل هسته ستاره نیوتروني در پروسه تبدیل به ماده کوارک شگفت

پوهنمل سيدحبيب الله هاشمي

ديپارتمنت فزيك و الكترونيك، پوهنځي فزيك، پوهنتون كابل، كابل، افغانستان

ایمیل: sayedhabib1366@gmail.com

چکیده

هدف این تحقیق بررسی میزان انرژی آزاد شده در پروسه تبدیل هسته یک ستاره نیوترونی به ماده کوارک شگفت است. این پروسه نقش مهمی در درک فزیک ماده چگال و رفتار ستاره‌های نیوترونی دارد. در این تحقیق از روش مروری استفاده صورت گرفته است. به طوری که مقالات و کتب معتبر در حوزه فزیک هسته‌یی و اخترفیزیک مورد بررسی قرار گرفته‌اند. یافته‌های تحقیق نشان می‌دهد که انرژی قابل توجهی در این پروسه آزاد می‌شود که می‌تواند بر تحول ستاره‌ها تأثیرگذار باشد و به پدیده‌هایی مانند ایجاد ستاره‌های کوارکی منجر شود. اهمیت این تحقیق در ارائه بینش جدید به ساختار ماده فشرده و چگونگی تغییرات آن تحت فشارهای زیاد نهفته است. در نتیجه‌گیری مشخص شد که این پروسه می‌تواند یکی از عوامل اصلی درک دقیق‌تر از تکامل و مرگ ستاره‌های نیوترونی باشد و به‌عنوان یک شاخص مهم در مطالعات اخترفیزیکی در نظر گرفته شود.

واژه‌های کلیدی: انرژی کل؛ مدل کیسه‌یی انرژی حرکی؛ ثابت کیسه (B)؛ پوتانشیل حبس خطی

Calculation of the Total Energy of the Neutron Star Core in the Process of Transformation into Strange Quark Matter

Sayed Habibullah Hashimi

Department of Physics & Electronic, Faculty of Physics, Kabul, Afghanistan

Email: sayedhabib1366@gmail.com

Abstract

This research examines the amount of energy released while converting the core of a neutron star into strange quark matter. This process plays a significant role in understanding dense matter's physics and neutron stars' behavior. The research method is library-based, utilizing reputable articles and books in nuclear physics and astrophysics. The study's findings indicate that a considerable amount of energy is released in this process, which can influence the evolution of stars and lead to phenomena such as the formation of quark stars. The importance of this research lies in providing new insights into the structure of dense matter and how it changes under extreme pressure. In conclusion, it is found that this process can be one of the key factors in gaining a more precise understanding of the evolution and death of neutron stars, serving as an important indicator in astrophysical studies.

Keywords: Total Energy; Bag Model; Kinetic Energy; Bag Constant (B); Linear Confinement Potential.

ارجاع: هاشمی، ح. (۱۴۰۳). محاسبه انرژی کل هسته ستاره نیوترونی در پروسه تبدیل به ماده کوارک شگفت. د کابل پوهنتون د طبیعي علومو علمي -

څېړنیزه مجله، ۱۴۰۳ هـ. ل، ۷ (۲)، ۱۰۹-۹۳. <https://jns.edu.af/jns/article/view/30/version/30>

مقدمه

یکی از پرکاربردترین و جذابترین مسائلی که در زمینه فزیک هسته‌یی و ستاره‌شناسی مورد بررسی قرار می‌گیرد، محاسبه انرژی کل هسته ستاره نیوترونی در پروسه تبدیل به ماده کوارک است. ستاره‌های نیوترونی، باقیمانده‌های فوت شده‌ی ستاره‌های کتله بالا هستند که در مرحله پایانی زندگی خود، پس از انفجار به عنوان ستاره‌های نیوترونی باقی می‌مانند. این ستاره‌ها دارای کثافت بسیار بالا و شرایط فزیک بسیار متفاوتی نسبت به ستاره‌های معمولی هستند. هسته ستاره نیوترونی از ماده هسته‌یی تشکیل شده که شامل پروتون‌ها، نیوترون‌ها، الکترون‌ها و دیگر ذرات مثل پایون‌ها، میزون‌ها و غیره است. مشخص گردیده است که ماده هسته‌یی شبه پایدار است و با تبدیل شدن به ماده کوارکی شگفتی مقدار زیادی انرژی آزاد می‌کند و به پایداری می‌رسد. این ماده کوارکی پایدارترین حالت ماده است که کنون شناخته شده است. ستاره‌های کوارکی از مرکز تا سطح خود از ماده کوارکی شگفتی تشکیل شده و تنها ممکن است یک لایحه هسته‌یی روی سطح آن‌ها وجود داشته باشد (Glendenning, et al, 1997). این لایحه هسته‌یی به وسیله یک لایه از دو قطب‌های برقی و قوه‌های جانب مرکز به هسته کوارکی چسبیده اند. کتله و کثافت ستاره‌های کوارکی بین کتله و کثافت ستاره‌های نیوترونی و سیاه‌چاله‌ها قرار دارد. در فشار و کثافت‌های به اندازه کافی بالا، دیواره پروتون‌ها و نیوترون‌ها از بین رفته و پروتون‌ها و نیوترون‌ها به کوارک‌های سازنده خود یعنی کوارک‌های بالا و کوارک‌های پایین تجزیه می‌شوند. در واقع یک گذار از ماده هسته‌یی به ماده کوارکی وجود دارد. تنها مکانی که این فشار و کثافت به اندازه کافی بالا وجود دارد، هسته ستاره‌های نیوترونی است. این پدیده نه تنها درک فزیک عمیقی از ویژگی‌های هسته‌یی فراهم می‌کند، بلکه به ما کمک می‌کند تا بهترین فهم را از آخرین مراحل تکامل ستاره‌ها و نهایتاً از پایان دوره زندگی ستاره‌های کتله بالا پیدا کنیم (Alford, et al, 2008).

محاسبه انرژی کل هسته ستاره نیوترونی در پروسه تبدیل به ماده کوارک یکی از موضوعات پیچیده و مهم در فزیک هسته‌یی و نجومی است. ستاره‌های نیوترونی، انتهای عمر ستارگان با کتله بسیار بزرگ هستند که پس از انفجار یک سوپرنوا، هسته‌های آن‌ها به هسته‌های نیوترونی تبدیل می‌شوند. این هسته‌های فشرده از نیوترون‌ها و کوارک‌ها تشکیل شده‌اند و شرایط شگفت‌انگیزی هم چون فشار نیوترونی بالا و کثافت بسیار بزرگ را تجربه می‌کنند. با توجه به این شرایط بسیار خاص، محاسبه انرژی کل هسته در این ستاره‌ها امری پیچیده است. باید به بررسی فرایندهای مختلفی که در این محیط اتفاق می‌افتد، از جمله فشار نیوترونی، تبدیل نیوترون به کوارک و انرژی تولید شده در این فرایندها پرداخت. هم‌چنین باید اثرات کوانتومی و نظریه‌های نسبیت عام بر محاسبات را در نظر گرفت. این محاسبات

می‌تواند به ما کمک کنند تا بهترین فهم را از رفتار و خصوصیات فزیکي این ستاره‌ها داشته باشیم و به دنبال این باشیم که چگونه فرایندهایی؛ مانند تولید انرژی و تغییرات ساختاری در این محیط‌ها اتفاق می‌افتد.

تحقیق در زمینه محاسبه انرژی کل هسته ستاره نیوترونی در پروسه تبدیل به ماده کوارک، اهمیت بسیار زیادی دارد. این تحقیقات به ما کمک می‌کنند تا بهترین فهم را از رفتار و خصوصیات چنین سیستم‌هایی داشته باشیم و عمق فزیکي این فرایندها را بررسی کنیم. به عنوان مثال؛ فهم عمیق‌تر از ساختار و خصوصیات ستاره‌های نیوترونی یعنی با تحلیل انرژی کل هسته در این ستاره‌ها، می‌توانیم بهترین فهم را از ساختار داخلی و خصوصیات فزیکي آن‌ها به دست آوریم. به همین ترتیب پیش‌بینی و تفسیر رفتار ستاره‌های نیوترونی، شناخت بهتر از فرایندهای هسته‌یی و غیره را حاصل کنیم.

مقصد اصلی و اساسی این تحقیق، محاسبه انرژی کل هسته ستاره نیوترونی در پروسه تبدیل به ماده کوارک شگفت، درک مدل کیسه‌یی *MIT* می‌باشد (Bombaci, et al, 2000).

سؤال این تحقیق به شرح زیر است:

چگونه می‌توانیم انرژی کل هسته در ستاره‌های نیوترونی در پروسه تبدیل به ماده کوارک را به دقت بالا پیش‌بینی و تحلیل کنیم؟

روش تحقیق

روش تحقیق رهنمود اساسی کار عملی تحقیق به منظور دست‌یابی به هدف تحقیق می‌باشد. در روش تحقیق، تفصیلات کافی و مناسب با در نظر داشت تسلسل منطقی، در مورد کارهایی که در جریان تحقیق انجام خواهد شد، ارائه می‌گردد.

در کل این تحقیق انجام شده بر اساس هدف، یک تحقیق بنیادی نظری می‌باشد. از طرف دیگر این تحقیق بر اساس نحوه‌یی گردآوری داده‌ها، از آغاز تا انتها متکی بر یافته‌های تحقیق مروری-توصیفی می‌باشد.

بررسی انرژی کل ماده کوارکی

انرژی کل ماده کوارکی را از دو روش می‌توان حاصل کرد. در روش اول انرژی کل را مجموع انرژی حرکتی کوارک‌های آزاد و انرژی پوتانشیل که با ثابت کیسه B تخمین می‌زنیم در نظر می‌گیریم. در اینجا دو حالت برای B در نظر می‌گیریم، یکی ثابت و دیگری وابسته به کثافت. حالت دوم با توجه به داده‌های اخیر سرن مربوط به تشکیل پلاسمای کوارک-گلئون به دست می‌آید. در روش دوم انرژی از

حل معادله شرویدینگر و به دست آوردن ویژه توابع و ویژه مقادیر آن به دست می‌آید. در این روش یک مدل سه‌بعدی را برای ماده کوارکی ارائه می‌دهیم. یک پوتنشیل وابسته به کثافت را برای ماده کوارکی در نظر می‌گیریم. در این پوتنشیل یک پوتنشیل حبس وجود دارد. دو حالت برای پوتنشیل حبس در نظر می‌گیریم، یکی پوتنشیل حبس خطی و دیگری پوتنشیل حبس درجه دوم. در واقع با در نظر داشت پوتنشیل وابسته به کثافت در مدل سه‌بعدی مورد نظر، یک بحث صحیح از ارتباط‌های بس ذره‌یی که به وسیله ماده کوارکی ایجاد می‌شود امکان‌پذیر است (Drake, 2002).

مطالعه انرژی کل ماده کوارکی با استفاده از مدل کیسه‌یی

در حال حاضر به صراحت می‌توان گفت که معادله حالت ماده کوارکی در درجه حرارت صفر به درستی شناخته شده نیست و از مدل‌های متفاوتی برای آن استفاده می‌شود. بنابراین، عدم قطعیت زیادی در این معادله حالت وجود دارد. معادله حالتی که ما استفاده می‌نماییم یک مدل کیسه‌یی MIT است که در آن انرژی واحد حجم برای ماده کوارکی انرژی حرکتی کوارک‌های آزاد به اضافه یک ثابت کیسه می‌باشد. این ثابت تفاوت انرژی محیط اختلال یافته و فضای واقعی است و از نظر دینامیکی مانند فشار عمل می‌کند که گاز کوارکی را در کثافت و پوتنشیل ثابت نگه می‌دارد. برای این ثابت صورت‌های مختلفی در نظر گرفته شده است و اخیراً برای هم‌خوانی با داده‌های لابراتواری سرن یک شکل وابسته به کثافت در نظر گرفته شده است. ابتدا برای ماده کوارکی انرژی حرکتی را محاسبه نموده و سپس به ثابت کیسه می‌پردازیم (Heinz, et al., 2000).

تعیین کثافت کوارک‌ها در ماده کوارکی

برای محاسبه انرژی لازم است که کثافت کوارک‌ها و الکترون‌ها را بر حسب کثافت باریونی بدانیم. این کار با در نظر گرفتن دو شرط تعادل بتا و خنثایی چارج انجام می‌دهیم.

با در نظر گرفتن تعادل بتا داریم:

$$\mu_d = \mu_u + \mu_e \quad (1)$$

$$\mu_s = \mu_u + \mu_e \quad (2)$$

و بنابراین،

$$\mu_d = \mu_s \quad (3)$$

برای یک گاز فرمی کاملاً تبهگن داریم:

$$n_i \propto g_i \mu_i^3 \quad (4)$$

g_i تېهگنی را نشان می دهد که برای الکترون ها ۲ و برای کوارک ها ۶ است؛ زیرا ۲ حالت اسپینی و ۳ حالت رنگ وجود دارد. در نتیجه کوارک های u و d که پوتنشیل کیمیایی و تېهگنی مساوی دارند، کثافت های یک سانی دارد (Ivanenko, et al, 1965).

$$\mu_d = \mu_s \rightarrow n_d = n_s \quad (5)$$

برای خنثایی چارج داریم:

$$\frac{2}{3}n_u - \frac{1}{3}n_s - \frac{1}{3}n_d - n_e = 0$$

در نتیجه:

$$n_u - n_s - 3n_e = 0 \quad (6)$$

و بنابراین،

$$\mu_i \propto \left(\frac{n_i}{g_i}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (7)$$

از معادلات فوق به نتیجه زیر خواهیم رسید:

$$\left(\frac{n_s}{6}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{n_u}{6}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{n_e}{6}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (8)$$

با حل همزمان دو رابطه می بینیم که کثافت الکترون ها صفر و کثافت سه کوارک مساوی می باشد. با در نظر گرفتن این موضوع و عدد باریونی کوارک ها که $\frac{1}{3}$ می باشد، به این نتیجه می رسیم که کثافت کوارک ها مساوی به کثافت باریونی است (Cheng, et al, 1998).

$$n_B = \frac{1}{3}(n_u + n_s + n_d) \quad , \quad n_u - n_s - 3n_e = 0 \rightarrow n_u = n_s = n_d = n_B \quad (9)$$

محاسبه انرژی حرکتی

در این محاسبه درجه حرارت صفر در نظر می گیریم، چون درجه حرارت ستاره در همان ثانیه های اول تشکیل به چند کیلو الکترون ولت کاهش می یابد. از آن جا که کوارک ها فرمیون هستند، برای کثافت عددی آن ها خواهیم داشت:

$$n = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon + \mu)} + 1} \quad (10)$$

در رابطه فوق ϵ و μ به ترتیب انرژی یک تک ذره و پوتنشیل کیمیایی سیستم را بیان می دارند و در این حالت خواهیم داشت:

$$\beta = \frac{1}{kT} \quad (11)$$

که در آن T درجه حرارت و k ثابت بولتزمن است (Madsen, 2007).

در ادامه با در نظر داشت شرط دروهی و انرژی نسبیتی برای تک ذره، انرژی واحد حجم برای هر کوارک را صورت زیر خواهیم داشت:

$$\varepsilon = \frac{3m^4 c^5}{8\pi^2 \hbar^3} [x\sqrt{x^2 + 1}(2x^2 + 1) - \sin h^{-1} x] \quad (12)$$

در رابطه فوق $x = \frac{\hbar k}{mc}$ ، m ، c سرعت نور و \hbar ثابت پلانک را بیان می‌کند. برای انرژی حرکتی کل سیستم روی سه نوع کوارک u ، d و S جمع می‌بندیم.

کوارک‌های u و d را می‌توان بدون کتله در نظر گرفت و انرژی واحد حجم را برای آنها محاسبه نمود.

$$E_k = \hbar kc \quad . \quad E = \frac{gV}{(2\pi)^3} \int_0^{kf} (\hbar kc) d^3k \quad . \quad \varepsilon = \frac{E}{V} = \frac{3\hbar c}{4\pi^2} k^4 f \quad (13)$$

بنابراین، انرژی کل یک ماده کوارکی شامل سه نوع کوارک u ، d و S با کثافت‌های مساوی با کثافت باریونی را می‌توان محاسبه کرد که جمع انرژی حرکتی سه نوع کوارک و انرژی پوتنسیل است (Sahu, 1995).

$$\varepsilon = \frac{3m^4 c^5}{8\pi^2 \hbar^3} [x\sqrt{x^2 + 1}(2x^2 + 1) - \sin h^{-1} x] + \frac{3\hbar c}{2\pi^2} (\pi^2 n)^{\frac{4}{3}} + B \quad (14)$$

$$\hbar = 0.658x10^{-21} MeV \cdot s$$

$$c = 3x10^{22} \frac{fm}{s}$$

$$m = 150 \frac{MeV}{c^2}$$

ثابت کیسه (B)

B تفاوت انرژی بین فضای اختلال یافته و فضای واقعی است. این ثابت به نوعی یک پارامتر آزاد است و در مدل‌های MIT اولیه B را یک مقدار ثابت مثل $55 \frac{MeV}{fm^3}$ و $90 \frac{MeV}{fm^3}$ ، $220 \frac{MeV}{fm^3}$ و غیره در نظر می‌گیرند که ما مقدار 90 را بررسی می‌کنیم. علاوه براین، با استفاده از داده‌های سرن که باریکه‌هایی از هسته سرب با انرژی‌های بالا را برخورد داده اند و گزارشی از تشکیل پلاسمای کوارک گلوئون داده اند، یک B وابسته به کثافت را در نظر می‌گیریم (Weber, 2005).

نتایج سرن به این صورت است که در طول مراحل اولیه برخورد یون‌های سنگین یک حالت کثافت و خیلی داغ به وجود می‌آید که انرژی به صورت کوارک‌ها و گلوئون‌هایی که به شدت عکس‌العمل می‌کنند، به ماده تبدیل می‌شود که شکل انتظاری از کوارک‌های غیر مقید و گلوئون‌ها را نمایش می‌دهد. سپس پلازما سرد و رقیق می‌شود تا در نقطه‌یی که انرژی در حدود $1.1 \frac{GeV}{fm^3}$ و درجه حرارت در حدود $170 MeV$ است، کوارک‌ها و گلوئون‌ها به هادرون تبدیل می‌شوند و این بسط به قدری سریع است که هیچ فاز مخلوطی از کوارک و هادرون انتظار نمی‌رود و هیچ عکس‌العمل ضعیفی نمی‌تواند نقشی را ایفا کند و تنها کوارک‌های u و d وجود دارند.

ما نمی‌دانیم که آیا می‌توان اطلاعات مربوط به برخورد یون‌های سنگین با انرژی بالا را برای فزیک داخل ستاره کوارکی به کار برد؟ پلاسمای کوارک گلوئون تولید شده در برخورد یون‌های سنگین در کثافت پایین و درجه حرارت بالا رخ می‌دهد در صورتی که امکان فاز کوارکی در ستاره کوارکی در

کثافت بالا و درجه حرارت پايين وجود دارد. ما اين فرض را به کار می‌بريم و نتايج دلیلی بر دقت فرض ما خواهد بود (Lattimer, et al, 2004).

مدل MIT ابتدایی پیش‌بینی می‌کند که اگر فاز هادرونی را یک گاز بدون عکس‌العمل شامل نوکلئون‌ها و پادنوکلئون‌ها و پايون‌ها در نظر بگیريم، فاز کوارک‌های آزاد در یک مقدار ثابت از کثافت انرژی، مستقل از شرایط ترمودینامیکی رخ می‌دهد. به همین دلیل رایج است که خط تبدیل فاز هادرونی و کوارکی را در یک مقدار ثابت کثافت انرژی رسم می‌کنند که معمولاً بين 0.5 تا $2 \frac{MeV}{fm^3}$ می‌باشد که شامل مقدار $1.1 \frac{GeV}{fm^3}$ گزارش شده توسط سرن است (Farhi, et al, 1984).
یک شکل گاووسی وابسته به کثافت برای B در نظر گرفته می‌شود،

$$B(n) = B_{\infty} + (B_0 - B_{\infty}) \exp\left(-B \left(\frac{n}{n_0}\right)^2\right) \quad (15)$$

B را طوری پارامتریزه می‌کنيم که در کثافت انرژی $1.1 \frac{GeV}{fm^3}$ تبدیل فاز داشته باشیم. معادله حالت انرژی ماده هادرونی را ماده نوکلئونی نامتقارن با نسبت پروتون به کثافت کل 0.4 با پوتنشیل $UV_{14} + TNI$ در نظر می‌گیريم و با ماده کوارکی شامل کوارک‌های u و d قطع می‌دهيم و B_{∞} را بدست می‌آرويم (Shapiro, et al, 2008).

در ماده کوارکی با دو طعم دیگر کثافت کوارک‌ها مساوی نیست، بلکه اگر کسر ناچیز الکترون‌ها را در نظر نگیريم با استفاده از شرط خنثایی چارج و با در نظر داشت عدد باریونی کوارک‌ها داریم:

$$\frac{2}{3}n_u - \frac{1}{3}n_d = 0, \quad n_B = \frac{1}{3}(n_u + n_d), \quad n_d = 2n_u = 2n_B$$

$$\varepsilon = \frac{3\hbar c}{4} \pi^{\frac{2}{3}} \left(n^{\frac{4}{3}}_u + n^{\frac{4}{3}}_d \right) + B$$

در معادله حالت ماده نوکلئونی که ما در نظر می‌گیريم کثافت انرژی $1100 \frac{MeV}{fm^3}$ در کثافت $n_B = 0.98 fm^{-3}$ حاصل می‌شود. بنابراین، ما B_{∞} را باید طوری محاسبه کنیم که کثافت انرژی ماده کوارکی نیز در این کثافت $1100 \frac{MeV}{fm^3}$ شود. در اینجا B_0 را مقدارهای 400 و $200 \frac{MeV}{fm^3}$ می‌گذاريم و خواهیم دید که نتیجه به مقدار B_0 حساس نمی‌باشد. β پارامتر عددی می‌باشد که مساوی به 0.17 برابر کثافت ماده هسته‌یی اشباع می‌باشد. حال با توجه به اینها خواهیم داشت:

$$\varepsilon_Q = \frac{3\hbar c}{4} \pi^{\frac{2}{3}} \left[n^{\frac{4}{3}}_u + n^{\frac{4}{3}}_d \right] + B$$

$$n_B = 0.98 fm^{-3} \rightarrow \begin{matrix} n_u = 0.98 fm^{-3} \\ n_d = 2 \times 0.98 fm^{-3} \end{matrix}$$

$$\varepsilon_Q = 1100 = \frac{3\hbar c}{4} \pi^{\frac{2}{3}} \left[(0.98)^{\frac{4}{3}} + (1.96)^{\frac{4}{3}} \right] + B$$

$$B = 10.37 = B_{\infty} + (B_0 - B_{\infty}) \exp\left[-0.17 \left(\frac{0.98}{0.17}\right)^2\right]$$

برای $B_0 = 400$ مقدار $\frac{MeV}{fm^3} = 8.99$ و برای $B_0 = 200$ مقدار $\frac{MeV}{fm^3} = 9.7$ را برای B_∞ به دست می‌آوریم. حال با استفاده از این B می‌توان انرژی واحد حجم را برای ماده کوارکی شامل سه کوارک بالا و پایین شگفتی نیز محاسبه کرد (Seymour, 1984).

پوتنشیل حبس درجه دوم

با پوتنشیل حبس درجه دوم می‌توان $V(\rho, r)$ را به صورت زیر بیان کرد:

$$V(\rho, r) = V_{conf}(r)e^{-c\rho} \quad (16)$$

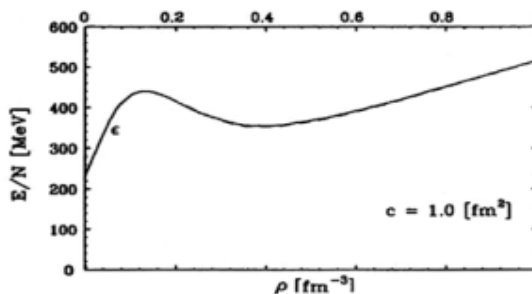
در رابطه فوق

$$V_{conf}(r) = \frac{1}{2}\alpha_q r^2 \quad (17)$$

پس

$$V(\rho, r) = \frac{1}{2}\alpha_q r^2 e^{-c\rho} \quad (18)$$

که در این رابطه α_q بُعد (طول)² / انرژی و ثابت c بعد (طول)² دارد. در صورتی که اگر وابستگی کثافت را به صورت دیگری در نظر بگیریم، در آن صورت ثابت c بعد متفاوتی را به دست خواهد آورد. به عنوان مثال اگر وابستگی کثافت را به طور $\rho^{\frac{1}{3}}$ در بگیریم، c بدون دیمانسیون خواهد بود. در اینجا ما درجات آزادی اسپینی که در تعریف خاصیت‌های تقارنی حالت‌های دو کوارکی مهم هستند را در نظر می‌گیریم، اگر چه آنها برای وابستگی‌های دینامیکی مهم نیستند (Weber, et al, 2007).



شکل ۱: انرژی هر ذره ماده کوارکی را با پوتنشیل حبس درجه دوم بیان می‌کند (Weber, 2005)

همان‌طوری که در $V(\rho, r)$ هیچ وابستگی صریح اسپینی برای عکس‌العمل کوارک-کوارک فرض نگردیده است و درجات آزادی رنگ نیز در این کار در نظر گرفته نشده است. برای به دست آوردن ویژه توابع و ویژه مقادیر انرژی سیستم از معادله شرودینگر برای حرکت نسبی شروع می‌کنیم (Xiaoping, et al, 2003).

$$H_{rel}\tau_n(r) = E_n\tau_n(r) \quad (19)$$

$$H_{rel} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla + V(\rho, r) \quad (20)$$

$$\mu = \frac{m_q m_q}{m_q + m_q} = \frac{m_q}{2} \quad (21)$$

در رابطه فوق μ کتله کاهش یافته جفت کوارک را بیان نموده و $V(\rho, r) = \frac{1}{2} \alpha_q r^2 e^{-c\rho}$ روش حل این معادله را با شرایط مرزی مناسب برای به دست آوردن انرژی سیستم معرفی می کند. پس از حل از معادله فوق و به دست آمدن ویژه توابع می توان انرژی حالت پایه سیستم و تغییرات آن با کثافت $\varepsilon(\rho)$ ، یعنی معادله حالت سیستم کثافت ماده مورد نظر را به دست آورد که در حد ترمودینامیکی به صورت زیر است:

$$\varepsilon = \frac{E}{N} = \frac{1}{2\rho^2} \sum_{s, m_s} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 K}{(2\pi)^3} x \theta \left(k_f - \left| \frac{K}{2} + k \right| \right) \theta \left(k_f - \left| \frac{k}{2} - K \right| \right) E_{k, k}^s \\ = \frac{1}{8\pi^4 \rho^2} \int_0^\infty k^2 dk \int_0^\infty k^2 dk T(K, T) (E_{k, k}^0 + 3E_{k, k}^{(1)}) \quad (22)$$

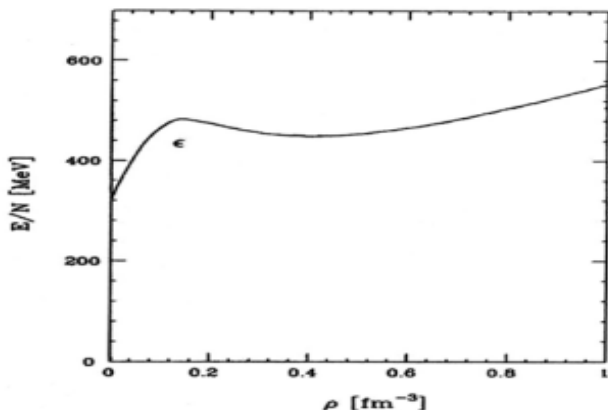
که در رابطه فوق $S(m_s)$ اعداد کوانتومی اسپینی را نشان می دهند و $K = \frac{\vec{k}_1 + \vec{k}_2}{2}$ ، $k = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$ و $E_{cm} = \frac{\hbar^2 K^2}{4m_q}$ ، $E_{k, k} = E_{cm} + E_{k, k}^{BG}$ در آن انرژی حالت پایه سیستم را بیان می کند که با توابع موج بت-گلدستون به دست آمده است و $T(k, K)$ نتیجه انتیگرال گیری در سرتاسر زاویه بین k و K است. ε انرژی هر ذره سیستم است که هم شامل وابستگی های آماری است و هم شامل وابستگی های دینامیکی. برای محاسبه صریح انرژی هر ذره سیستم، $\left(\varepsilon = \frac{E}{N} \right)$ ، باید پارامترهای لازم در این مدل استفاده شده را انتخاب کرد. α_q در این مدل دارای اندازه $120 \frac{MeV}{fm^2}$ است و ثابت c اندازه آن صریحاً روی وابستگی کثافت پوتنشیل عکس العمل اثر می گذارد، اندازه $1 fm^2$ دارد. نتایج مربوط به انرژی حالت پایه هر ذره سیستم و تغییرات آن با کثافت برای پوتنشیل حبس درجه دوم در شکل (۱) ترسیم شده است (Alford, et al, 2008).

پوتنشیل حبس خطی

تمام مراحل که در مبحث پوتنشیل حبس درجه دوم انجام داده شد را می توان برای حالتی که پوتنشیل حبس تابع خطی از فاصله نسبی بین دو کوارک دارند، انجام داد. در صورتی که پوتنشیل حبس خطی باشد، اندازه پارامترهای استفاده شده در این مدل تغییر می کند. در این حالت پوتنشیل وابسته به کثافت به صورت زیر است. (Loffredo, et al, 2023)

$$V(\rho, r) = V_{conf}(r) e^{-c\rho r} \quad V_{conf}(r) = \frac{1}{2} \alpha_L r \quad (23)$$

که در رابطه فوق α_L دارای مقدار $445 \frac{MeV}{fm}$ است و c برابر $0.5 fm^2$ است. انرژی حالت پایه هر ذره سیستم با پوتنشیل حبس خطی در شکل (۲) نشان داده شده است که با شکل (۱) مشابه است.



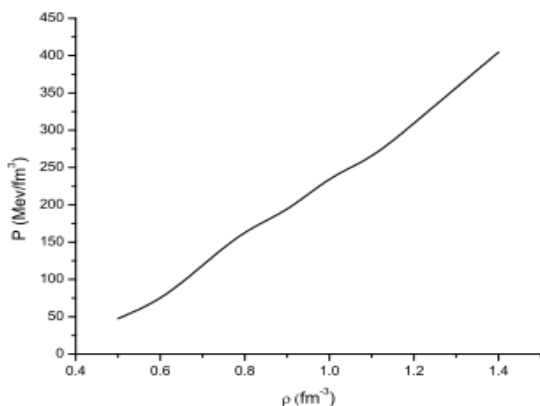
شکل ۲: بیان‌کننده انرژی هر ذره ماده کوآرکی با پوتنشیل حبس خطی می‌باشد (Weber, 2005)
 بنابراین، مستقل از شکل خاص پوتنشیل حبس به کار برده شده، طرح‌های اصلی معادله حالت سیستم نسبتاً بدون تغییر باقی می‌ماند و بنابراین، می‌توان وابستگی کثافت یکسانی را در عکس‌العمل‌های کوآرک- کوآرک در نظر گرفت (Logoteta, et al, 2021).

معادله حالت ماده کوآرکی مربوط به مدل کیسه‌یی

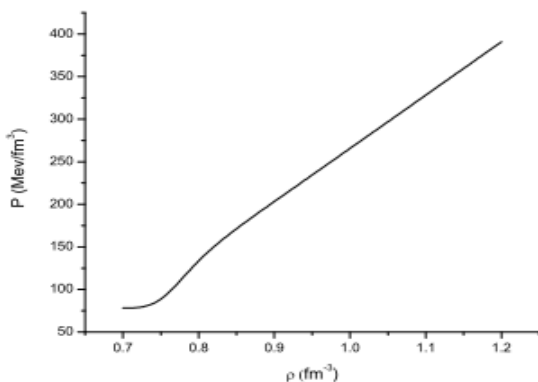
قسمی که گفته شد، ستاره کوآرکی از مرکز تا سطح خود از ماده کوآرکی تشکیل گردیده است. پس برای به دست آوردن ساختار ستاره کوآرکی به معادله حالت ماده کوآرکی نیاز داریم. معادله حالت $P(\mathcal{E})$ می‌باشد که در آن فشار P و \mathcal{E} کثافت کتلوی یا انرژی حجم است که برابر می‌باشد با $\mathcal{E} = \rho(E + mc^2)$ انرژی هر ذره، m کتله سکون و c سرعت نور در خلاء می‌باشد). فشار را از روی انرژی واحد ذره می‌توان حساب نمود:

$$P = \rho^2 \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \rho} = \rho \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \rho} - \mathcal{E} \quad (24)$$

انرژی واحد حجم که به صورت انرژی حرکتی کوآرک‌های آزاد به اضافه ثابت کیسه می‌باشد را در بخش قبل محاسبه نمودیم. با حذف ρ یعنی کثافت، بین فشار و انرژی واحد حجم معادله حالت را خواهیم داشت. معادله حالت برای $B = 90 \frac{MeV}{fm^3}$ و B وابسته به کثافت در اشکال (۳) و (۴) بیان شده است (Alford, et al, 2005).



شکل ۳: بیان‌کننده معادله حالت ماده کوارکی با B ثابت است (Mark G, 2008)



شکل ۴: بیان‌کننده معادله حالت ماده کوارکی با B وابسته به کثافت (Mark G, 2008)

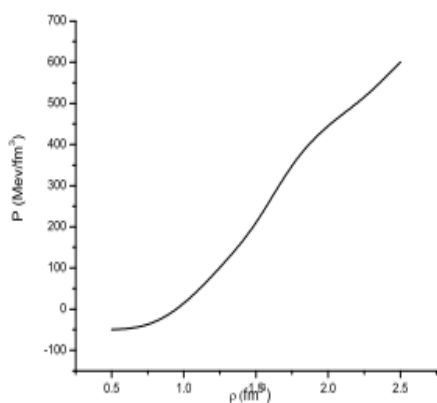
محاسبه ساختار ستاره کوارکی

از آن جا که ستاره های کوارکی اجرامی نسبیتی هستند. لذا برای مطالعه ساختار و تحولات آن ها، باید از نظریه نسبیت عام استفاده نمود. با فرض این که ماده درون ستاره سیال کامل باشد. همچنین این فرض که ستاره دارای ترکیبات کیمیایی است که در سرتاسر ستاره ثابت است، به معادله تعادل هایدروستاتیکی تولمن-اپنهایمر-ولکوف (TOV) می رسمیم که این معادله به شکل زیر است:

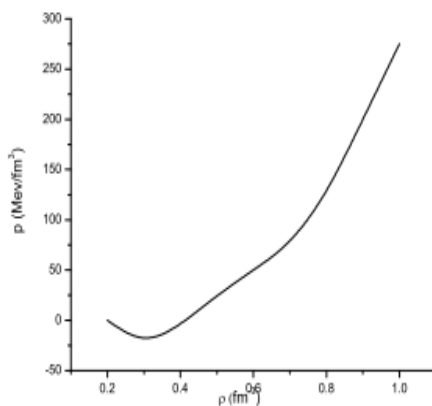
$$\frac{dP}{dr} = \frac{-G \left[\varepsilon(r) + \frac{p(r)}{c^2} \right] \left[m(r) + \frac{4\pi r^3 p(r)}{c^2} \right]}{r^2 \left[1 - \frac{2G(r)}{rc^2} \right]} \quad (25)$$

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \varepsilon(r) \quad (26)$$

در این معادلات p فشار بر حسب $\frac{dyn}{cm^2}$ ، ϵ کثافت انرژی بر حسب $\frac{erg}{cm^3}$ و G ثابت جاذبه نیوتن را بیان میدارد (Glendenning, et al, 2012).



شکل (6) معادله حالت ماده کواری با پوتنشیل
جس درجه دوم (Mark G, 2008)



شکل (5) بیان کننده حالت ماده کواری با پوتنشیل
جس خطی است (Mark G, 2008)

نتایج و یافته‌ها

نتایج به دست آمده برای چهار حالت B ثابت، و B وابسته به کثافت، پوتنشیل جس خطی و پوتنشیل جس درجه دوم را در جدول ۱ الی ۴ می‌توانید مشاهده کنید. هم‌چنان از نتایج به دست آمده مشاهده می‌گردد که برای چهار حالت ذکر شده به‌طور کلی با افزایش کثافت کتلوی ستاره، شعاع و کتله ستاره افزایش می‌یابد. از طرف دیگر باید خاطر نشان کرد که اجسام که دارای کثافت سرد مانند کوتوله‌های سفید، ستاره‌های نوترونی و ستاره‌های کواری یک کتله حدی دارند که با کتله بیشتر از آن پایداری هایدروستاتیکی ستاره ممکن نیست. از جدول‌های (۱) الی (۴)، مشاهده می‌گردد که در کثافت‌های بالا یک حالت حدی برای کتله و شعاع ستاره وجود دارد و این حالت حدی به معادله حالت بستگی دارد (Benvenuto, et al, 1989).

حالت حدی همان کتله ماکزیمم است که ستاره بیشتر از این کتله نمی‌تواند وجود داشته باشد. به‌همین ترتیب از جدول (۵) مشاهده می‌شود که نتایج حاصله برای کتله ستاره کواری با استفاده از معادله حالت‌های مربوط به B ثابت، و B وابسته به کثافت و پوتنشیل جس درجه دوم هم‌خوانی نسبتاً خوبی با کتله‌های به دست آمده تجربی دارد، در صورتی‌که نتایج مربوط به معادله حالت به دست آمده با استفاده از پوتنشیل جس خطی هم‌خوانی خوبی با نتایج تجربی حاصله ندارد (Glendenning, 2012).

جدول ۱: نتایج مربوط به ساختار ستاره کوارکی با $B = 90 \frac{MeV}{fm^3}$ برای کتله، شعاع و فشار به صورت تابعی از کثافت کتلوی بیان می‌دارد (Glendenning, 2012)

$\varepsilon \left(\frac{10^{14} g}{cm^3} \right)$	$P_c \left(\frac{10^{33} dyn}{gcm^3} \right)$	$R(10^5 cm)$	$M(M_{sun})$
8,251	35	3,376	0,046
8,606	45	4,336	0,139
8,961	55	4,998	0,217
9,315	65	5,494	0,292
9,669	75	5,883	0,364
10,022	85	6,195	0,432
10,375	95	6,452	0,494
15,551	100	6,564	0,524
11,255	120	6,925	0,631
15,805	250	7,829	1,038
19,294	350	7,967	1,179
22,749	450	7,976	1,257
26,205	550	7,935	1,302
29,651	650	7,873	1,328
33,095	750	7,804	1,344
36,525	850	7,773	1,352
39,960	950	7,663	1,355

جدول ۲: بیان‌کننده نتایج ستاره کوارکی با B وابسته به کثافت برای فشار، شعاع و کتله به صورت تابعی از کثافت کتلوی است (Glendenning, 2012)

$\varepsilon \left(\frac{10^{14} g}{cm^3} \right)$	$P_c \left(\frac{10^{33} dyn}{gcm^3} \right)$	$R(10^5 cm)$	$M(M_{sun})$
11.360	25	2.578	0.0407
11.444	35	3.351	0.0897
11.528	45	3.929	0.145
11.616	55	4.393	0.203
11.714	65	4.779	0.263
11.812	75	5.110	0.322
11.910	85	5.397	0.380
12.008	95	5.649	0.437
12.057	100	5.764	0.465
12.558	150	6.636	0.721
13.821	250	7.552	1.095
15.448	350	7.978	1.331
17.659	450	8.174	1.474
20.515	550	8.247	1.558
23.783	650	8.251	1.604
27.269	750	8.221	1.627
30.634	850	8.173	1.637
34.061	950	8.117	1.39
35.786	1000	8.088	1.638
37.497	1050	8.059	1.637

جدول ۳: نتایج مربوط به ستاره کوارکی با پوتنشیل حبس خطی برای فشار، شعاع و کتله به صورت تابعی از کثافت کتلوی (Weber, 2005)

$\varepsilon \left(10^{14} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$	$P_c \left(10^{33} \frac{\text{dyn}}{\text{gcm}^3}\right)$	$R(10^5 \text{cm})$	$M(M_{\text{sun}})$
3.765	5	8.2671	0.0427
3.604	10	8.2786	0.114
3.682	15	8.2892	0.186
3.760	20	8.2897	0.288
3.838	25	8.2990	0.397
3.994	35	8.2990	0.457
4.149	45	8.2990	0.472
4.305	55	8.2990	0.487
4.463	65	8.2990	0.502
4.622	75	8.2990	0.516
4.797	85	8.2990	0.531
4.973	95	8.2990	0.545
5.0626	100	8.2990	0.553
6.159	150	8.2990	0.628
7.767	250	8.2990	0.775
8.784	350	8.2990	0.885
9.273	400	8.2990	0.927
9.524	420	8.2990	0.943
9.80	440	8.2990	0.957

جدول ۴: نتایج مربوط به ستاره کوارکی با پوتنشیل حبس درجه دوم برای فشار، کتله و شعاع را به صورت تابعی از کثافت کتلوی بیان می‌کند (Weber, 2005)

11.360	25	2.578	0.0407
11.444	35	3.351	0.0897
11.528	45	3.292	0.145
11.616	55	4.393	0.203
11.714	65	4.779	0.263
11.812	75	5.110	0.322
11.910	85	5.397	0.380
12.008	95	5.649	0.438
12.057	100	5.764	0.465
12.558	150	6.636	0.721
13.821	250	7.552	1.095
15.448	350	7.978	1.331
17.659	450	8.174	1.474
20.515	550	8.247	1.558
23.873	650	8.251	1.604
27.269	750	8.221	1.627
30.634	850	8.173	1.637
34.061	950	8.117	1.39
35.786	1000	8.088	1.638
37.497	1050	8.059	1.637

جدول ۵: ماکزیم کتله، شعاع و کثافت کتلوی مرکزی ستاره کوارکی برای $B = 90 \frac{MeV}{fm^3}$ ، وابسته به کثافت، پوتانشیل حبس درجه دوم و پوتانشیل حبس خطی (Glendenning, 2012)

	$M_{max}(M_{sun})$	$R(km)$	$\epsilon_c \left(10^{14} \frac{g}{cm^3}\right)$
B ثابت	1.344	7.804	33.065
B وابسته به کثافت	1.637	8.173	30.634
پوتانشیل حبس درجه دوم	1.338	8.299	21.708
پوتانشیل حبس خطی	0.957	8.29	9.8
نتایج تجربی (5)	1.44	≤ 8	

نتیجه گیری

در این تحقیق، محاسبه و بررسی انرژی کل هسته ستاره نیوترونی در فرآیند تبدیل به ماده کوارک شگفت با دقت انجام شد. ابتدا انرژی کل ماده کوارکی با استفاده از مدل کیسه‌ای مورد مطالعه قرار گرفت. این مدل امکان تحلیل دقیق‌تر رفتار کوارک‌ها در ماده کوارکی را فراهم کرد. سپس، با تعیین کثافت کوارک‌ها در این ماده و محاسبه انرژی حرکتی و پوتانشیل حبس، به بررسی شرایط فزیک داخلی ستاره کوارکی پرداخته شد. به منظور مدل‌سازی دقیق‌تر فرآیند حبس کوارک‌ها، دو نوع پوتانشیل حبس، یعنی پوتانشیل حبس درجه دوم و پوتانشیل حبس خطی، در نظر گرفته شدند که نشان‌دهنده رفتار غیرخطی و مقید بودن کوارک‌ها در ساختار ستاره کوارکی است.

همچنین، معادله حالت ماده کوارکی با توجه به این پوتانشیل‌ها استخراج و تحلیل شد، که نقش اساسی در پیش‌بینی ساختار و خواص فزیک ستاره کوارکی داشت. در نهایت، با استفاده از این معادله حالت، ساختار ستاره کوارکی شامل پارامترهایی چون کتله، شعاع، و توزیع کثافت کوارک‌ها محاسبه و تحلیل گردید. این نتایج می‌تواند به درک بهتر از تحولات فزیک ستارگان نیوترونی و فرآیند تبدیل آنها به ستاره‌های کوارکی کمک کند و زمینه‌ساز تحقیقات بیشتر در این حوزه باشد. در مجموع، نتایج این پژوهش گامی مهم در راستای درک فرآیندهای فزیک پیچیده مربوط به ستارگان نیوترونی و تبدیل آنها به ستارگان کوارکی است. این بررسی‌ها می‌توانند راهگشای تحقیقات آتی در زمینه فزیک ستاره‌ای و نظریه کوارک‌ها باشند و درک ما از ساختارهای کیهانی پیچیده را ارتقا دهند.

- Glendenning, N. K., & Glendenning, N. K. (1997). General Relativity. *Compact Stars: Nuclear Physics, Particle Physics and General Relativity*, 7-54
- Alford, M. G., Schmitt, A., Rajagopal, K., & Schäfer, T. (2008). Color superconductivity in dense quark matter. *Reviews of Modern Physics*, 80(4), 1455-1515. DOI:<https://doi.org/10.1103/RevModPhys.80.1455>
- Bombaci, I., & Datta, B. (2000). Conversion of neutron stars to strange stars as the central engine of gamma-ray bursts. *The Astrophysical Journal*, 530(2), L69.
- Drake, J. J., Marshall, H. L., Dreizler, S., Freeman, P. E., Fruscione, A., Juda, M., ... & Werner, K. (2002). Is RX J1856. 5–3754 a quark star?. *The Astrophysical Journal*, 572(2), 996. DOI 10.1086/340368
- Heinz, U., & Jacob, M. (2000). Evidence for a new state of matter: An assessment of the results from the CERN lead beam programme. *arXiv preprint nucl-th/0002042*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.nucl-th/0002042>
- Ivanenko, D. D., & Kurdgelaidze, D. F. (1965). Hypothesis concerning quark stars. *Astrophysics*, 1, 251-252. DOI: [10.1007/BF01042830](https://doi.org/10.1007/BF01042830)
- Cheng, K. S., Dai, Z. G., & Lu, T. (1998). Strange stars and related astrophysical phenomena. *International Journal of Modern Physics D*, 7(02), 139-176. <https://doi.org/10.1142/S0218271898000139>
- Madsen, J. (2007). Physics and astrophysics of strange quark matter. In *Hadrons in Dense Matter and Hadrosynthesis: Proceedings of the Eleventh Christ Engelbrecht Summer School Held in Cape Town, South Africa, 4–13 February 1998* (pp. 162-203). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.48550/arXiv.astro-ph/9809032>
- Sahu, P. K. (1995). Study of the properties of dense nuclear matter and application to some astrophysical systems. *arXiv preprint hep-ph/9504367*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.hep-ph/9504367>
- Bhattacharyya, A., Ghosh, S. K., Joarder, P. S., Mallick, R., & Raha, S. (2006). Conversion of a neutron star to a strange star: A two-step process. *Physical Review C—Nuclear Physics*, 74(6), 065804. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.74.065804>
- Weber, F. (2005). Strange quark matter and compact stars. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 54(1), 193-288. <https://doi.org/10.1016/j.pnpnp.2004.07.001>
- Lattimer, J. M., & Prakash, M. (2004). The physics of neutron stars. *Science*, 304(5670), 536-542. <https://doi.org/10.1126/science.1090720>
- Weber, F., Hamil, O., Mimura, K., & Nereiros, R. (2010). From crust to core: A brief review of quark matter in neutron stars. *International Journal of Modern Physics D*, 19(08n10), 1427-1436. <https://doi.org/10.1142/S0218271810017329>
- Farhi, E., & Jaffe, R. L. (1984). Strange matter. *Physical Review D*, 30(11), 2379. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.30.2379>

- Shapiro, S. L., & Teukolsky, S. A. (2008). *Black holes, white dwarfs, and neutron stars: The physics of compact objects*. John Wiley & Sons. DOI: [10.4236/jhepgc.2017.33040](https://doi.org/10.4236/jhepgc.2017.33040)
- Seymour, P. A. H. (1984). Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars: The Physics of Compact Objects. DOI 10.1088/0031-9112/35/2/029
- Weber, F., Meixner, M., Negreiros, R. P., & Malheiro, M. (2007). Ultra-dense neutron star matter, strange quark stars, and the nuclear equation of state. *International Journal of Modern Physics E*, 16(04), 1165-1180. <https://doi.org/10.1142/S0218301307006599>
- Xiaoping, Z., Nana, P., Shuhua, Y., Xuewen, L., & Miao, K. (2003). An Astronomical Evidence of Existence of Quark Matter and the Prediction for Submillisecond Pulsars. *arXiv preprint astro-ph/0310523*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.astro-ph/0310523>
- Alford, M. G., Schmitt, A., Rajagopal, K., & Schäfer, T. (2008). Color superconductivity in dense quark matter. *Reviews of Modern Physics*, 80(4), 1455-1515. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.80.1455>
- Weber, F. (2005). Strange quark matter and compact stars. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 54(1), 193-288. <https://doi.org/10.1016/j.pnpnp.2004.07.001>
- Loffredo, E., Perego, A., Logoteta, D., & Branchesi, M. (2023). Muons in the aftermath of neutron star mergers and their impact on trapped neutrinos. *Astronomy & Astrophysics*, 672, A124. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202244927>
- Logoteta, D., Perego, A., & Bombaci, I. (2021). Microscopic equation of state of hot nuclear matter for numerical relativity simulations. *Astronomy & Astrophysics*, 646, A55. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202039457>
- Alford, M., Braby, M., Paris, M., & Reddy, S. (2005). Hybrid stars that masquerade as neutron stars. *The Astrophysical Journal*, 629(2), 969. DOI 10.1086/430902
- Glendenning, N. K. (2012). *Compact stars: Nuclear physics, particle physics and general relativity*. Springer Science & Business Media.
- Benvenuto, O. G., & Horvath, J. E. (1989). Evidence for strange matter in supernovae?. *Physical review letters*, 63(7), 716. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.63.716>
- Lai, D., & Shapiro, S. L. (1991). Cold equation of state in a strong magnetic field-Effects of inverse beta-decay. *Astrophysical Journal, Part 1 (ISSN 0004-637X)*, vol. 383, Dec. 20, 1991, p. 745-751., 383, 745-751. [10.1086/170831](https://doi.org/10.1086/170831)