بررسی میتودهای تجربوی لابراتواری اندازهگیری ثابت جاذبهی g و مقایسهی آنها با قیمت تیوریکی g در کابل

پوهنوال رجبعلی خاوری

دیپارتمنت فزیک و الکترونیک، پوهنځی فزیک، پوهنتون کابل، کابل، افغانستان
ایمل: khavary81@gmail.com

چکیده

برای دریافت جواب به این سؤال که کدام میتود لابراتواری برای دریافت تعجیل جاذبه در سطح زمین و در محل مورد نظر درست میباشد، دیتاگیری در لابراتوار فزیک برای چهار میتود اندازگیری لابراتواری تعیین تعجیل جاذبهی g صورت گرفت. در هر چهار روش مقدار بهدست آمده با نتیجهی تیوریکی ارائه شده توسط مآخذ مختلف مقایسه گردید و بهترین روش اسفاده از رقاصههای فزیکی نتیجه گردید. قیمت تجربی در کابل $g_{exp} = 978.767\ cm/s^2$ بهدست آمد که با قیمت تیوریک $g_{the} = 978.4986\ cm/s^2$ بهاندازهی ۰,۳ اختلاف دارد و با توجه به خطای تجربه ۰,۳٪ خطای نسبی تجربهی کمتر از خطای لابراتواری سامان و محاسبه میباشد.

اصطلاحات کلیدی: رقاصهی فزیکی؛ جاذبهی زمین؛ عرضالبلد؛ رقاصهی معکوسشونده؛ سقوط آزاد؛ حرکت پریودیک

Investigation of Laboratory Experimental Methods to Determination of Acceleration Constant (g) and Comparison of them with Theoretical Value of g in Kabul

Associated Prof. Rajab Ali Khavari

Department of Physics and Electronics, Faculty of Physics, Kabul University, Kabul, Afghanistan
Email: khavary81@gmail.com

Abstract

To get the answer to the question of which laboratory method is correct for receiving the gravity acceleration on the ground and at the desired location, data was collected in the physics laboratory for four methods of laboratory measurement to determine the acceleration of gravity g. In all four methods, the obtained value was compared with the theoretical result presented by the authors and the best method was used using physical pendulum. The experimental value in cable g_{exp}=978.767 cm/s2 was obtained which is 0.3 different from the theoretical value of g_{the}=978.4986 cm/s2 and according to the experimental error of 0.3%, the relative error of the experience is less than the laboratory error of instruments and calculation.

Keywords: Physical Pendulum; Gravity; Latitude; Reverse Pendulum; Free Fall; Periodic Motion

مقدمه

دریافت تعجیل جاذبه‌ی زمین یکی از موضوعات اساسی و در عین حال جالب برای اکثر دانش‌مندان می‌باشد که هم‌واره می‌تواند تحت موضوعات مختلف انکشاف داده شود. تجارب برای دریافت g جزو تجارب اساسی و اولیه در لابراتوارهای علوم فزیک و انجینری می‌باشد. هم‌چنین تجارب مختلف برای دریافت g مثل رقاصه‌ی ساده (۱) و رقاصه‌ی فزیکی (۲) و رقاصه معکوس‌پذیر (۳) و (۴) با روش‌های مختلف توسط محققان از سرتاسر جهان صورت گرفته اند و برای دریافت مقدار دقیق‌تر از ابزارهای دقیق نیز استفاده صورت گرفته است. هم‌چنین تیوری‌های مختلف برای دریافت قیمت تیوریکی با درنظرگیری ملاحظات نیز انجام گردید. درنظرگیری اثر دوران زمین و اثر عرض‌البلد و هم‌چنین اثر نرم بودن زمین (۵) و غیره در تیوری‌های نویسندگان لحاظ شده است. تلاش برای تطابق تجربه با تیوری هم‌واره چالش‌برانگیز بوده و می‌تواند بعضاً نتایج متفاوتی را به‌بار آورد.

تیوری

مقدار جاذبه‌ی زمین از قانون دوم نیوتن و قانون جاذبه‌ی عمومی نیوتن به‌دست می‌آید. براساس قانون عمومی جاذبه، مقدار قوه‌ی وارده بین دو جسم (زمین و جسم) برابر وزن جسم در سطح زمین است. هرگاه این قوه را بین زمین و جسم روی سطح آن در نظر بگیریم، در این صورت بامعلوم بودن قیمت‌های ثابت جهانی ثقل و کتله و شعاع زمین مقدارg در سطح زمین به‌دست می‌آید.

$$F = m\mathrm{g} = G\frac{mm_e}{r^2} \rightarrow \mathrm{g} = G\frac{m_e}{r_e^2} \qquad (۱)$$

با درنظرگیری اثر ارتفاع جسم (h) در تغییر مقدارg رابطه‌ی فوق به‌صوت ذیل به‌نتیجه ساده براساس جاذبه در سطح و در ارتفاع تبدیل می‌گردد (۱):

$$\mathrm{g}_h = G\frac{m_e}{(r_e+h)^2} = \mathrm{g}_s - 3.086\times10^{-6}\,h \qquad (۲)$$

هرگاه اثر دوران زمین روی تغییر مقدار جاذبه‌ی زمین (g) را که به‌صورت عرض‌البلد ظاهر می‌گردد، در نظر بگیریم با توجه به اثر دو قوه کوریولیس ناشی از دوران زمین و قوه‌ی جاذبه در محل که سبب انحراف جسم از مسیر شعاعی زمین می‌گردد، تأثیر دو قوه‌ی روی یک ذره طبق شکل۱، داریم:

$$PC'^2 = PA^2 + PB^2 + 2\,PA\times PB\times\cos(180-\varphi)$$

با وضع قیمت‌های معلوم داریم:

$$\rightarrow (m\mathrm{g}')^2 = (m\mathrm{g})^2 + (mR\omega^2\cos\varphi)^2$$
$$+ 2\,m\mathrm{g}\times mR\omega^2\cos\varphi\,(-\cos\varphi)$$

با تنظیم براساس g و حذف کمیتهای مساوی داریم:

$$g'^2 = g^2 + R^2\omega^4 \cos^2\varphi - 2Rg\omega^2 \cos^2\varphi$$

$$\rightarrow g' = g\left(1 + \frac{R^2\omega^4 \cos^2\varphi}{g} - \frac{2Rg\omega^2 \cos^2\varphi}{g}\right) \quad (۳)$$

چون $\frac{R^2\omega^4}{g} \ll 1$ از ان صرف نظر می‌کنیم و با انکشاف توانی و درنظرگیری توان اول در باقی‌مانده داریم:

$$g_\varphi = g' = g_{90^o} - 3.4\cos^2\varphi \quad (۴)$$

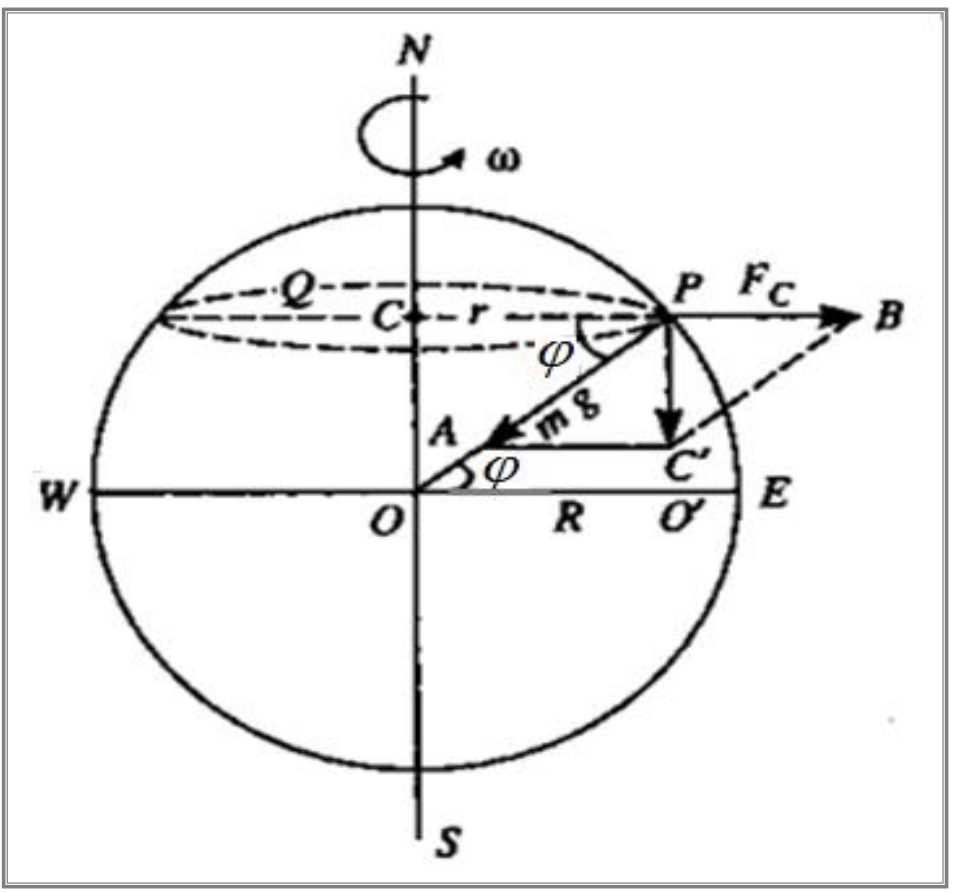
اما مقدار دقیق آن که ملاحظه شد شرایط فزیکی زمین را در بر دارد به‌صورت ذیل است:

$$g_\varphi = g_{90^o} - 5\cos^2\varphi \quad (۵)$$

در این رابطه $g_{90^o} = 9.832$ اســت. با درنظرگیری موقعیت تجربه که کابل می‌باشــد، در اتفاع ۳۵۰۰ متر و در عرض‌البلد ۳۴ درجه و۳۸دقیقه مقدار g برابراست با:

$$g_\varphi = g_{90^o} - 5\cos^2\varphi = 9.798\ m/s^2$$

$$g_{h\varphi} = \cdots = 9.786\ m/s^2$$



شکل ۱: اثر قوه‌های وارد بر ذره در سطح زمین بعلت دوران زمین

ملاحظه می‌گردد که اثر ارتفاع و اثر عرض‌البلد در موقعیت محل اندازگیری در اندازه‌ی مقدار g تفاوت ایجاد میکند. در یک تلاش تازه با استفاده از مفهوم زمین نرم نتیجه جدید ارائه شده است:

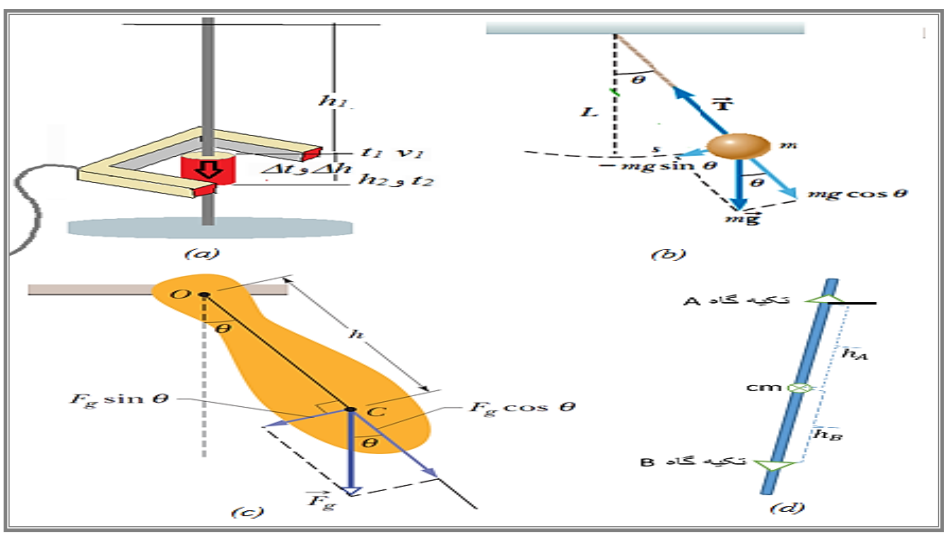
$$g_{\varphi} = 978.0495(1 + 0.0052892sin^2\varphi - 0.0000073sin^2 2\,\varphi)\frac{cm}{s^2} \qquad (۶)$$

که باید اثر ارتفاع در محل را نیز اضافه نمود.مقدار g در کابل براساس این فرمول و با درنظرگیری ارتفاع از سطح بحر برابر $978.4986\ cm/s^2$ است.

بررسی میتودهای تجربوی

میتودهای تجربی به‌کار رفته جزو روش‌های معمول در لابراتوارهای فزیک و انجینری برای دریافت مقدار جاذبه‌ی زمان در محل لابراتوار می‌باشند. چون نتایج لابراتواری بعضاً متفاوت می‌باشند. لازم است تا این روش‌ها با یک کمیت معین مثل جاذبه‌ی زمان در محل مورد ارزیابی و اصلاح گردد. در ذیل چهار روش در شکل (۱) آمده است.

سقوط آزاد: اجسام براثر ساحه‌ی جاذبه به سمت پایین سقوط می‌کند. مدت زمان سقوط جسم به ارتفاع محل سقوط بستگی دارد. در نزدیکی سطح زمین مقدار g تقریباً ثابت می‌باشد. حل مسائل مربوط به حرکت جسم در ساحه‌ی جاذبه و مسأله‌ی سقوط آزاد در تمامی کتاب‌های مقدماتی فزیک آورده شده است. هرگاه حرکت جسم سقوط‌کننده را در یک مسیر قائم به‌دو بخش تقسیم کنیم می‌توانیم با حل معادلات مسیر رابطه‌یی برای جسم سقوط‌کننده براساس فاصله‌ی سنسور از محل سقوط و زمان عبور جسم از برابر سنسور نوری دریافت نمود.



شکل ۱: چهار روش معمول برای دریافت جاذبه‌ی زمین در محل انجام تجربه: a- سقوط آزاد b- رقاصه‌ی ساده c- رقاصه‌ی فزیکی d- رقاصه‌ی معکوس‌شونده

طبق شکل 1a، جسم استوانوی به ضخامت Δh در مدت زمان Δt از مقابل سنسور نوری عبور می‌کند و براساس اندازه‌های Δh و Δt و h_1 می‌توان مقدار g را به‌صورت ذیل به‌دست اورد.

$$\Delta h = \frac{1}{2}\mathrm{g}\Delta t^2 + v_1\Delta t \text{ و } v_1 = \sqrt{2\,\mathrm{g}h_1}$$

$$\rightarrow \Delta h = \frac{1}{2}\mathrm{g}\Delta t^2 + \sqrt{2\,\mathrm{g}h_1}\Delta t \rightarrow 2\Delta h = \mathrm{g}\Delta t^2 + 2\sqrt{2\,\mathrm{g}h_1}\Delta t$$

$$\rightarrow \mathrm{g}\Delta t^2 + 2\sqrt{2\,\mathrm{g}h_1}\Delta t - 2\Delta h = 0 \qquad (۷)$$

معادله‌ی فوق با ضرایب یک معادله درجه دوم برحسب Δt است. حل براساس ضرایب معادلات درجه دوم می‌دهد:

$$\Delta t = \frac{-2\sqrt{2\,\mathrm{g}h_1} \pm \sqrt{8\,\mathrm{g}h_1 + 8\,\mathrm{g}\Delta h}}{2\,\mathrm{g}} = \frac{-\sqrt{2h_1} \pm \sqrt{2h_1 + 2\Delta h}}{\sqrt{\mathrm{g}}}$$

جواب منفی غلط است زیرا $\Delta t > 0$ است پس:

$$\Delta t = \sqrt{2}\frac{-\sqrt{h_1} + \sqrt{h_1 + \Delta h}}{\sqrt{\mathrm{g}}} \rightarrow \mathrm{g} = \left(\frac{\sqrt{2}(\sqrt{h_1 + \Delta h} - \sqrt{h_1})}{\Delta t}\right)^2 \qquad (۸)$$

با این نتیجه می‌توان قیمت g را تعیین نمود. اخیراً با درنظرگیری اثر مقاومت هوا روی حرکت ذرات در سقوط آزاد و استفاده از میتودهای تحلیلی و ابزارهای دقیق به نتیجه‌ی بهتری دست یافتند(7) .

رقاصه‌ی ساده یا رقاصه‌ی ریاضی

رقاصه‌ی ریاضی یا رقاصه‌ی ساده یکی از شکل‌های حرکت‌های‌هارمونیک می‌باشد که متشکل از یک وزنه‌ی سنگین وکوچک متصل به انتهای یک تار سبک و غیر متسع آویخته از ارتفاع می‌باشد. برطبق شکل 1b، قوای دخیل دراین حرکت عبارت از وزن و قوه کشش تار می‌باشد. برای دریافت رابطه توصیف‌کننده‌ی این حرکت داریم:

$$F = -mgsin\theta \cong -mgtan\theta = -\frac{mgs}{L}$$

که از شرط زوایا کوچک استفاده شده است. از طرفی برطبق قانون ودوم نیوتن داریم:

$$F = ma = m\frac{d^2s}{dt^2} = -mg\frac{s}{L} \rightarrow \frac{d^2s}{dt^2} + \frac{\mathrm{g}}{L}s = 0 \qquad (۹)$$

هرگاه تابع حرکت را به‌صورت $s = \cos\omega t$ درنظربگیریم، با دوبار مشتق‌گیری از تابع فوق داریم:

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -\omega^2\cos\omega t$$

وضع در رابطه (۹) می‌دهد:

$$-\omega^2\cos\omega t + \frac{\mathrm{g}}{l}\cos\omega t \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{\mathrm{g}}{L}}$$

از تعریف پریود و فریکونسی اهتزاز می‌توان ارتباط بین پریود اهتزاز و طول تار را به‌دست آورد (2)

$$T = 2\pi\sqrt{L/\mathrm{g}} \qquad (۱۰)$$

نتیجه‌ی فوق تنها برای زوایای کوچک معتبر است . هم‌چنین مربع پریود اهتزازت متناسب با طول تار است و ثابت تناسب عکس تعجیل جاذبه‌ی زمین است. تأثیرات زاویه اهتزاز روی زمان پریود با تزاید زایه‌ی زیاد می‌گردد که می‌تواند به‌صورت تقریبی ذیل ارائه شود (۸):

$$T_\theta \approx T_o \frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{8}{\pi-\theta}\right) \qquad (۱۱)$$

رقاصه‌ی فزیکی

رقاصه‌ی فزیکی یک جسم سخت است که از یک نقطه تحت نام نقطه‌ی تعلیق آویزان شده و حرکت اهتزازی‌هارمونیکی را انجام می‌دهد. این حرکت تابع مشخصه‌های فزیکی جسم و جاذبه است. معادله‌ی حرکت بیان‌کننده‌ی پریود حرکت اهتزازی از قانون دوم نیوتن و تورک در حرکت دورانی به‌دست می‌آید. قوه‌ی برگرداننده‌ی جسم به حالت تعادل همان اثر مرکز ثقل که تورک دوران را می‌سازد. طبق شکل 1c، از برابری تورک مجموعی با فورم دورانی قانون دوم نیوتن داریم:

$$\sum T = I\alpha = -mghsin\,\theta = I\frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad (۱۲)$$

با استفاده از شرط زاویه اهتزاز کم داریم:

$$\theta \ll 90 \rightarrow \sin\theta \approx \theta$$

بنابراین معادله (۱۲) به‌صورت ذیل تبدیل می‌گردد:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{I}{mgh}\theta = 0$$

در مشابهت با رقاصه‌ی ساده می‌توان برای رقاصه‌ی فزیکی رابطه‌ی بیان‌کننده پریود اهتزاز را به‌صورت ذیل به‌دست آورد:

$$T = 2\,\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}} = 2\,\pi\sqrt{\frac{I_{cm}+mh^2}{mgh}} \qquad (۱۳)$$

از این رابطه با معلوم بودن مرکز ثقل و کتله و فاصله‌ی مرکز ثقل از نقطه‌ی تعلیق می‌توان پریود حرکت اهتزازی رقاصه‌ی فزیکی را به‌دست آورد.

طول معادل رقاصه‌ی فزیکی را می‌توان از مومنت عطالت و قضیه‌ی محورهای موازی به‌دست آورد که برای یک میله باریک به طول l و اهتزازکننده حول یک محور دل‌خواه به فاصله‌ی h از مرکز ثقل این طول معادل برابر است با:

$$T = 2\,\pi\sqrt{\frac{I_{cm}+mh^2}{mgh}} = 2\,\pi\sqrt{\frac{\frac{ml^2}{12}+mh^2}{mgh}} = 2\,\pi\sqrt{\frac{\frac{l^2}{12}+h^2}{gh}}$$

$$\rightarrow L' = \frac{l^2/12+h^2}{h} \qquad (۱۴)$$

برای تعلیق از یک رأس این رابطه به‌صورت ذیل ساده می‌گردد (۹):

$$L' = \frac{2}{3}L \rightarrow T = 2\,\pi\sqrt{2L/3\mathrm{g}}$$

برای داشتن یک رابطه‌ی خطی بین متغیرهای این سیستم می‌توان شکل معادله (۱۳) را به‌صورت ذیل تبدیل نمود:

$$T^2h = \frac{4\pi^2 I_{cm}}{m\mathrm{g}} + \frac{4\pi^2}{\mathrm{g}}h^2 \qquad (۱۵)$$

که میل خط $T^2h(h^2)$ مقدار g را می‌دهد.

هرگاه از رابطه‌ی (۱۴) که یک تابع $T(h)$ می‌باشد، نسبت به h مشتق گرفته و صفر قرارداده شود به دو کمیت زمان، کم‌ترین اهتزازی T_{min} (زمانی که در مکان h_{min} از مرکز رقاصه پریود کم‌ترین مقدار دارد) می‌رسیم و این نقاط عبارت از نقاط اعظمی و یا اصغری یک منحنی می‌باشد. بنابراین، منحنی تغییرات دارای یک اصغری در این نقاط مینیمم هستند. این موضوع با ترسیم گراف تغییرات پریود به تابع مکان h قابل حصول است. این دو کمیت باهم‌دیگر به‌صورت ذیل مرتبط است (۹).

$$T_{min} = 2\pi\sqrt{\frac{2h_{min}}{\mathrm{g}}} \text{ و } h_{min} = \sqrt{\frac{I_{cm}}{m}} \qquad (۱۶)$$

برای یک میله‌ی باریک به طول l و کتله m هرگاه رقاصه از یک راس اویزان گردد و در زوایای زیاد اهتزاز کند می‌توان اثر زوایای زیاد اهتزاز را در مشابهت با رقاصه ساده به‌صورت ذیل بیان نمود:

$$T \approx \frac{2\,\pi}{\alpha\left(1-\frac{1}{16}\theta_o^2\right)} \qquad (۱۷)$$

که در آن $\alpha = \sqrt{3g/2l}$ است (۴).

رقاصه‌ی معکوس‌شونده یا کاتر

این رقاصه در واقع یک رقاصه‌ی مرکب دوطرفه می‌باشد که می‌توان به کمک آن مقدار دقیق تعجیل جاذبه‌ی زمین را به دست آورد. این رقاصه از یک میله‌ی سخت دو تکیه‌گاه که بعضاً دو جسم، یک جسم و یا بدون جسم اضافی می‌باشد.

طبق شکل d۱، در این‌جا از میتود بدون جسم اضافی استفاده می‌کنیم که در آن یکی از تکیه‌گاه‌ها ثابت و دیگری متحرک است. در این رقاصه تلاش می‌شود تا با تغییر یکی از تکیه‌گاه و تعیین فاصله بین دو تکیه‌گاه در هر اهتزاز حول هر دو تکیه‌گاه زمان پریود را برای هرکدام تعیین نمود. با تغییر موقعیت تکیه‌گاه متغیر شرایط به قسمی به‌دست می‌آید که اهتزاز حول هر یک از تکیه‌گاه‌ها پریود یک‌سان داشته باشد.

تیوری دریافت پریود رقاصه‌ی کاتر به‌صورت ذیل می‌باشد. با توجه به معادله‌ی پریود برای رقاصه‌ی فزیکی برای هر اهتزاز داریم:

$$T_1 = 2\,\pi\sqrt{\frac{k^2+h_A^2}{gh_A}} \quad و \quad T_2 = 2\,\pi\sqrt{\frac{k^2+h_B^2}{gh_B}} \qquad (۱۸)$$

که k شعاع ژیراسیون سیستم رقاصه است. برای حذف شعاع ژیراسیون معادلات فوق را مربع کرده و پس از تنظیم براساس شعاع ژیراسیون آن‌ها را مساوی قرار می‌دهیم.

$$k^2 = \frac{T_A^2 g h_A^2}{4\pi^2} - h_A^2 = \frac{T_B^2 g h_B^2}{4\pi^2} - h_B^2$$

که پس از ساده‌سازی معادله‌ی ذیل براساس g به‌دست می‌آید:

$$g = \frac{8\pi^2}{\frac{T_A^2+T_B^2}{h_A+h_B}+\frac{T_A^2-T_B^2}{h_A-h_B}} \qquad (۱۹)$$

با اندازگیری درست مکان‌ها و زمان‌ها می‌توان مقدار g را به‌دقت به‌دست آورد. برای دریافت طول معادل رقاصه‌ی ساده از تعریف مومنت عطالت حول هر تکیه‌گاه داریم:

$$T_B = 2\,\pi\sqrt{\frac{I_{oB}}{mgh_B}} \quad و \quad T_A = 2\,\pi\sqrt{\frac{I_{oA}}{mgh_A}}$$

در صورت جابجایی جسم مرکزی به حالتی می‌رسیم که پریودها مساوی می‌گردد، پس:

$$\frac{I_{oB}}{h_B} = \frac{I_{oA}}{h_A} \rightarrow I_{oB} = \frac{I_{oA}}{h_A} h_B \qquad (۲۰)$$

از قضیه محورهای موازی برای دو مومنت عطالت داریم:

$$I_{oB} = I_G + mh_B^2 \quad و \quad I_{oA} = I_G + mh_A^2$$

هرگاه دو مومنت را از هم تفریق نماییم، با استفاده از رابطه(۲۰) داریم:

$$I_{oA} - I_{oB} = mh_A^2 - mh_B^2 = m(h_A^2 - h_B^2)$$

$$= I_{oA} - \frac{I_{oA}}{h_A} h_B = \frac{I_{o1}(h_A-h_B)}{h_A} = m(h_A+h_B)(h_A-h_B)$$

$$\rightarrow I_{oA} = mh_A(h_A+h_B) \text{و} I_{oB} = mh_B(h_A+h_B)$$

در شرط پریود مساوی داریم:

$$T = T_A = T_B = 2\pi\sqrt{\frac{m(h_A+h_B)}{mg}} \equiv 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}} \qquad (۲۱)$$

که $h = h_A + h_B$ همان طول معادل رقاصه‌ی ساده می‌باشد.

در هر مرحله‌ی اندازگیری h_B . h_A از مرکز ثقل جدید سیستم محاسبه می‌گردد.

در این نوع رقاصه نیاز به تعیین دقیق مرکز کتله‌ی رقاصه نیست و تنها لازم است که تا فاصله‌ی دقیق دو تکیه‌گاه از هم اندازگیری شود. با تنظیم جسم استوانوی و برابرسازی پریودهای اهتزاز طرفین مقدار:

$$g = \frac{4\pi^2 h}{T^2}$$

به‌دست می‌آید. دریافت این زمان پریود از طریق تقاطع دو گراف تغییرات زمان پریود حول دو تکیه‌گاه به‌دست می‌آید. (۳)

هرگاه رابطه‌ی (۱۹) را انکشاف توانی بدهیم داریم:

$$g \approx \frac{4\pi^2 h}{\left(\frac{T_A+T_B}{2}\right)^2}\left(1 + 2\left(\frac{T_A-T_B}{T_A+T_B}\left(\frac{h}{h-2h_A}\right)\right)\right) \qquad (۲۲)$$

از مقایسه دو نتیجه (۲۱) و(۲۲) دیده می‌شود که با فرض $\frac{T_A+T_B}{2} = T$ و این‌که $h = 2h_A$ یا $T_A = T_B$ در تقریب اول نتیجه‌ی عین رابطه (۲۱) است. اما هرگاه $T_A - T_B \ll T_A + T_B$ باشد ترم اختلال درنظر گرفته شده و مرتبه‌های بعدی در محاسبات داخل می‌شود. بنابراین، مثل رقاصه‌ی ساده مرتبه‌های بعدی اهتزاز که اثر زوایای زیاد را شامل می‌گردد نیز در محاسبه وارد می‌شود.

ترتیب عملی

این تحقیق روی چهار تجربه لابراتوار فزیک استوار است و نتایج این تجارب برای تعیین و مقایسه قمیت‌های g و دیگر محاسبات بررسی می‌گردد. در هر یک از تجارب اساس عمل تطبیق قوانین نیوتن و محاسبه پریود اهتزاز و ارتباط‌دهی آن به قیمت g است.

تجارب در لابراتوار فزیک با سامان‌آلات موجوده صورت گرفته است و برای استحصال نتایج دقیق‌تر تلاش شده است تا شرایط برای انجام تجربه، خوب رعایت گردد.

نتایج

برای هر تجربه نتایج لابراتواری به‌صورت جداگانه مورد بررسی قرار داده و سرانجام بین نتایج به‌دست‌آمده مقایسه صورت می‌گیرد.

سقوط آزاد: ترتیب عملی تجربه برای معین‌سازی مقدار g دریافت زمان عبور جسم از مقابل یک سنسور نوری است. برای این منظور سیستم به‌درستی عیارگردیده و برای فواصل مختلف سنسور از محل سقوط اندازگیری انجام شده است.

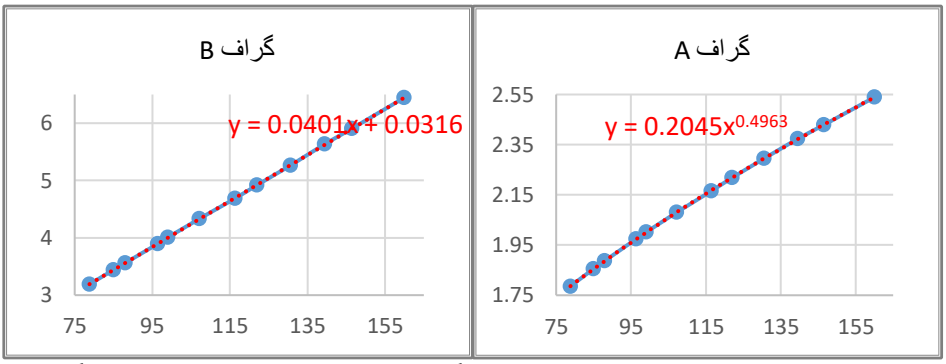
بنابراین، با اندازگیری لبه‌ی سقوط تا محل سنسور من‌حیث h_1 و ضخامت استوانه (جسم) و همین‌طور قیمت زمان ارائه شده توسط تایمر براساس فرمول (۸) مقدار g برای هر ارتفاع دل‌خواه h_1 به‌دست آورده شده است. برای دقت بیشتر لازم است تا اجرا سه بار تکرار گردد و از قیمت‌های زمان اوسط‌گیری شود. نتایج مشاهده‌شده و اندازگیری‌شده در جدول ذیل آورده شده است:

جدول ۱: دیتای حاصل از تجربه‌ی سقوط آزاد

h(cm)	h_1(cm)	Δt(sec)	g	$\bar{g}$	Δg/g	$\Delta\bar{g}/\bar{g}$
35	4.1	0.176	977.6409		0.000879	
38.3	7.4	0.157	976.0911		0.002468	
41.2	10.3	0.145	979.786		0.001313	
43.3	12.4	0.138	982.6645		0.004238	
44.15	13.25	0.136	976.0997		0.002459	
45.6	14.7	0.132	977.8377	977.7932	0.000677	0.000723
46	15.1	0.131	977.7367		0.000781	
47.3	16.4	0.128	976.1352		0.002423	
52.8	21.9	0.117	977.5132		0.00101	
54.6	23.7	0.114	977.9965		0.000515	
58.8	27.9	0.108	976.2232		0.002332	

ملاحظه می‌گردد که مقدار جاذبه‌ی تعیین شده توسط میتود سقوط آزاد و یا حرکت تعجیل ثابت با ۰,۰۷٪ اختلاف نسبت به مقدار تیوریک می‌باشد. خطای مطلق این میتود ۰,۳٪ است که اختلاف در انترال خطا قراردارد.

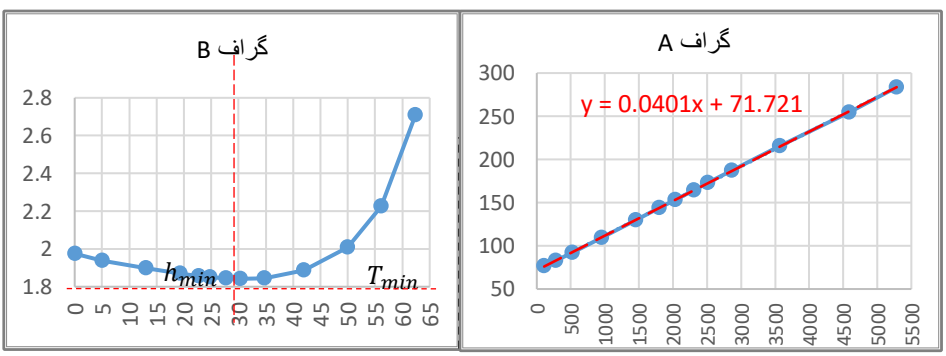
رقاصه‌ی ساده: با استفاده از اندازگیری پریود به تابع طول تار که به ترتیب شکل ذیل، تجربه عیار گردیده است؛ دو گراف ذیل به‌دست آمده است. گراف اول مربوط به تغییرات پریود به تابع طول است که معادله‌ی مربوطه توان تقریبی۰,۵ را نشان می‌دهد. در گراف دوم که از تغییرات مربع پریود به تابع طول به‌دست آمده است با توجه به تطبیق یک معادله‌ی خطی، مقدار $g = 4\pi^2/0.0401 = 984.5$ به‌دست می‌آید.



شکل۳: نتایج از حاصل دیتای تجربه‌ی رقاصه‌ی ساده که در گراف A تغییرات پریود به تابع طول رقاصه و در گراف B تغییرات مربع پریود به تابع طول رقاصه آورده شده است

این نتیجه اختلاف ۰,۷٪ است. هرگاه خطای تجربه را درنظر بگیریم، مقدار خطا براساس دقت وسایل $\Delta g = \Delta l + 2\Delta t = 0.1 + 0.002 = 0.102$ می‌باشد که اختلاف در انتروال دقت تجربه است. مقدار تقاطع ۰,۰۳۱۶٪ به افت‌وخیز زمان و طول که از دقت وسیله‌ی اندازگیری استنباط می‌شود، مربوط می‌گردد. در طول‌های کمی این افت‌وخیز زیاد است و بنابراین، انحراف از مبدأ محور بیشتر می‌گردد.

رقاصه‌ی فزیکی: تجربه با آویزان کردن میله از یک موقعیت تکیه‌گاه دل‌خواه که کمی بالاتر از مرکز هندسی (مرکز ثقل) میله است، اغاز می‌گردد. به‌وسیله‌ی تایمر سنسور نوری مدت زمان یک اهتزاز کامل به‌دست آمده و مرحله‌ی بعد را با موقعیت‌های دیگر تکرار می‌کنیم تا به رأس میله می‌رسیم. مشخصات میله $l = 145.7cm$ و $m = 654\ gr$ و نقطه‌ی آویزان که برای کم‌سازی اصطکاک روی یک تیغه‌ی چاقو قرار دارد و یک وسیله‌ی شمارنده‌ی زمان یک پریود که تا ۰,۰۰۱ ثانیه دقت دارد همراه با یک خط‌کش معمولی صورت گرفته است. اندازگیری فاصله از مرکز ثقل میله درنظر گرفته شده است. مومنت عطالت تیوریکی میله نسبت محور عمود برمرکز ثقل میله برابر $ml^2/12$ می‌باشد.

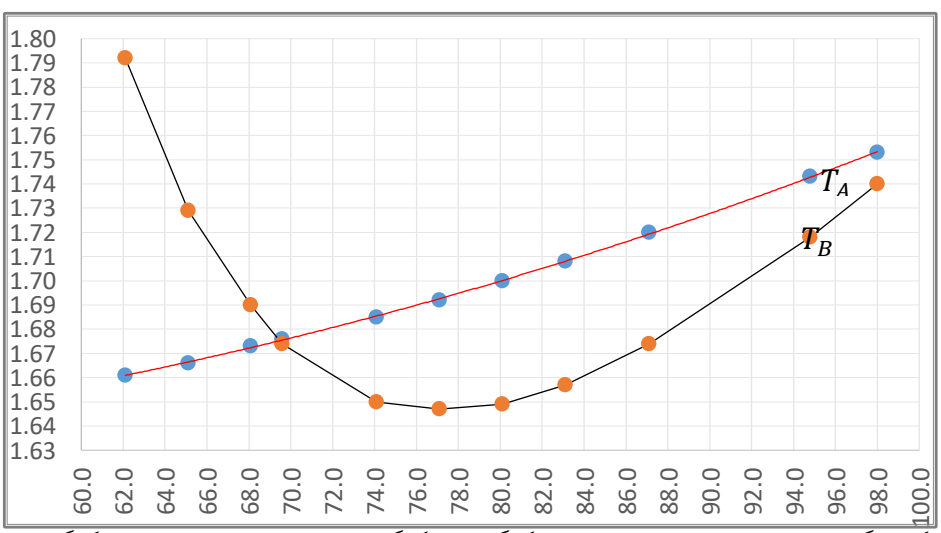


شکل ۴: نتایج گرافیکی حاصل از تجربه‌ی رقاصه‌ی فزیکی. A- تغییرات مربع پریود ضرب در فاصله به تابع مربع فاصله از مرکز. B- تغییرات پریو به تابع فاصله جسم از رأس

باتوجه به نتایج گرافیکی حاصل از اندازگیری‌های رقاصه‌ی فزیکی می‌توان استنباط نمود که با درنظر داشت گراف دوم، میل خط برابر ۰،۰۴۰۱ می‌باشد و از روی آن مقدار $g = 4\pi^2/0.0401 = 984.5$ به‌دست می‌آید. این نتیجه مساوی به نتیجه‌ی حاصل از تجربه‌ی رقاصه‌ی ساده می‌باشد.

هرگاه در گراف دوم دقت کنیم، نقاط T_{min} و h_{min} حائز اهمیت است؛ زیرا می‌توان مقدار جاذبه را در محل اندازگیری بر اساس روابط و دیتا تعیین نمود. ملاحظه می‌گردد که با توجه به رابطه‌ی (۱۶) مقدار $h_{min} = 30.79\ cm$ از مرکز و با $T_{min} = 1.842\ s$ مقدار $g = 978.767\ cm/s^2$ به‌دست می‌آید که خیلی نزدیک به مقدار تیوریک ۹۷۸،۵۰ است. میزان اختلاف بین قیمت‌های تیوریک و تجربه بر اساس نتایج رقاصه‌ی فزیکی تقریباً ۰،۰۸٪ است.

رقاصه‌ی کاتر: تجربه با یک میله به طول $103\ cm$ و کتله $m = 642\ gr$ دو تکیه‌گاه که روی یک لبه‌ی جاقو در دو رأس به فاصله‌ی $5\ cm$ قرار دارد و یک تایمر با سنسور نوری انجام گردید. ملاحظه گردید که پریود اهتزاز حول یک رأس تقریباً ثابت اما حول رأس دیگر متغیر و کم‌شونده می‌باشد. دریافت موقعیتی که دو اهتزاز عین پریود دارد، مورد نظر است. هم‌چنین با توجه به رابطه‌ی (۱۹) نیز در هرمرحله مقدار g نیز قابل حصول است. اوسط حسابی نتایج این تجربه مقدار $g = 977.202\ cm/s^2$ را می‌دهد و اوسط گرافیکی مقدار $g = 977.946\ cm/s^2$ را می‌دهد. مقایسه‌ی این دو قیمت یک تفاوت ۰،۷ را در ۱۰۰۰ می‌دهد.



شکل ۵: گراف تغییرات پریود به تابع فاصله بین دو تکیه‌گاه برای تکیه‌گاه‌های AوB: تطبیق خطی مربوط به تکیه‌گاه ثابت و خط منحنی مربوط به تکیه‌گاه متحرک است. ناحیه‌ی تقاطع مقدار ۶۹،۵ را برای پریود ۱،۶۷۵ نشان می‌دهد.

با توجه به رابطه‌ی (۲۱) مشخصات نقطه‌ی تقاطع در این رابطه وضع گردیده و مقدار $g = 977.946\ cm/s^2$ می‌دهد که با مقدار تیوریک ۰,۶واحد و یا ۰,۰۲٪ خطا به‌دست می‌آید. این میتود همانند روش رقاصه‌ی فزیکی یک روش خوب و دقیق‌تری برای دریافت مقدار تعجیل جاذبه‌ی زمین ارائه می‌دارد. بنابراین، رقاصه‌های که به میله‌های سخت سروکار دارد بهتر می‌تواند برای دریافت g عمل نماید و بهتر است تا در لابراتوارهای فزیک و انجینری از این روش‌ها در دریافت مقدار جاذبه در محل استفاده گردد.

نتیجه‌گیری

میتودهای مختلف تجربی برای تعیین مقدار جاذبه‌ی زمین g می‌تواند زمانی دقیق باشد که شرایط انجام تجربه و درنظرگیری عوامل خطا و کم‌سازی آن لحاظ گردد. بین هر چهار روش، روش رقاصه‌ی فزیکی و رقاصه‌ی کاتر بهتر است و خیلی به مقدار تیوریک نزدیک می‌باشد.

میتودهای گرافیکی بعضاً خیلی بهتر از روش‌های حل عددی بوده و زودتر به نتیجه می‌رسد. در هر چهار روش مقدار خطا کم‌تر از ۱٪ بوده و این یعنی تجربه و اندازگیری با دقت خوبی انجام شده است. اگرچه سازوکار با وسیله‌ی تایمر سنسور نوری صورت گرفته اما می‌توان از روش معمولی تعداد اهتزازات زیاد و اوسط‌گیری زمان‌های دقیق به‌دست آورد. هر چهار تجربه و به‌خصوص سه تجربه‌ی آخر به اسانی و با کم‌ترین امکانات قابل تطبیق است و برای دریافت مقدار g در محل روش مناسبی می‌باشد.

با توجه به اهمیت دریافت مقدار g در محل لازم است که از میتودهای عملی استفاده‌ی بیشتر گردد. با درنظر داشت اختلاف قیمت‌های تیوریک و عمل انتروال خطای تجارب معین گردیده و در انتخاب روش درست همراه با تنظیم مناسب و دقیق ابزار، نتیجه‌ی بهتر به‌دست آورید.

منابع

(۱) جعفریان، هایده و هم‌کاران. دستور کار ازمایشگاه فزیک پایه۱: دانشگاه صنعتی شاهرود، ۱۳۹۷.

(2) Serway, R. A. and J. W. Jewett, Jr. Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics, Tenth Edition. 10. s.l.: CENGAGE. 2019, p. 335.

(3) Young, H. D., Freedman, R. A. and Ford, A. L. UNIVERSITY physics WITH MODERN PHYSICS. 13. s.l.: Addison-Wesley. 2012, p. 454.

(4) On The Analytical Methods Approximating The Time Period Of The Nonlinear Physical Pendulum. Szabó, Z. 1, 2004, Periodica Polytechnica Ser. Mech. Eng., 2004; Vol. 48, pp. 73-82.

(5) A new method of measuring gravitational acceleration in an undergraduate laboratory program. Wang, Qiaochu, et al. 2018, Eur. J. Phys. 2018; Vol. 39, p. 11.

(6) Experimental Study of Determination of Earth's Gravitational Acceleration Using the Concept of Free-Fall Motion and Conservation of Mechanical Energy. Yuningsih, Nani and Sardjito. Bandung: AIP, 2021. The 2nd Science and Mathematics International Conference (SMIC 2020). 030028.

(7) Oscillations of a simple pendulum with extremely large amplitudes. Butikov, E. I. 2012, Eur. J. Phys. 2012; Vol. 33, pp. 1555-1563.

(8) Walker, J. Hallidy & Resnick FUNDAMENTALS OF PHYSICS. 9. s.l.: John Wiley & Sons, Inc. 2011, p. 398.

(9) A new method of measuring gravitational acceleration in an undergraduate laboratory program. all, Wang Q. et. 2018, Eur. J. Phys. 2018; Vol. 39, 11. 015701.

(10) An experiment on a physical pendulum and Steiner’s theorem. Russeva, G B, Tsutsumanova and Russev. 1, January 2010, Physics Education, 2010; 45, pp. 58-62.