بررســی دیدگاه ابوریحان البیرونی پیرامون دریافت طول شعاع کـرهزمـین

پوهندوی منیـژه سرهنگ [۲۳]
تقریظدهنده: پوهندوی زرغونه سپیخلیاندړ

مجلۀ علمی-تحـقیقی حـوزۀ علـوم طـبیعی پوهـنتون کابل، ۱ (۳) ۱۳۹۹

چکیده

در این مقاله یک نظراندازی مختصر به‌کارکردهای ریاضی‌دانان قبل از ابوریحان محمدبن احمد البیرونی در بخش هندسه گردیده اسـت و به تعقیب آن با اسـتفاده از روش‌های ریاضـی‌دانان قبلی آن، میتودهای البیرونی مورد مناقشـه قرار گرفته و این میتـودها در تحقیقات علمی دریچـه‌های مختلف را برای ریاضی‌دانان باز نمود. در این‌جا روش که به کمک آن طول شـعاع زمین را محاسبه کرده می‌توانیم مناقـشه گـردیده اسـت. بنابراین، استفاده ریاضی‌دانان معاصر از روش ذکر شدۀ ابو ریحان محمد بن احمد البیرونی و در حال حاضر استعمال و انکشاف دست‌آوردهای روش مذکور مناقشه شده است.

اصطلاحات کلیدی: طول؛ شعاع؛ توابع مثلثاتی؛ ارتفاع؛ زاویه

Scrutinizing Abu Rihan al-Biruni's Views about Discernment Length Radius Earth

Asstt. Prof. Manizha Sarhang

Abstract

In this article at first the achievement of mathematicians about Geometry, before Abu-Rihan Mohammad bin Ahmad al Biruni have briefly overviewed and discussed. Abu-Rihan Mohammad bin Ahmad al Biruni had some important research and he obtained benefit results which provided research methods for mathematicians in various fields. Then by using the obtained results, mathematicians have that Methods of Abu-Rihan Mohammad bin Ahmad al Biruni have studied, which could determines the radius of on Earth globe. Finally the achievements of Abu-Rihan Mohammad bin Ahmad al Biruni have been reviewed by the other mathematicians in the various fields and also steal used in researches.

Keywords: Length; Radius; Trigonometric functions; Height; Aangle

ارجاع

سرهنگ، منیژه. (۱۳۹۹). بررسـی دیدگاه ابوریحان البیـرونی پیرامون دریافت طول شعاع کرهزمین. مجلۀ علمی-تحقیقی حوزۀ علوم طبیعی پوهنتون کابل، شمارۀ ۱ (۳)، صص ۲۷۵ – ۲۸٤.

---

[۲۳] استاد پوهنځی ریاضیات، پوهنتون کابل

مقدمه

در زمرهٔ ریاضی‌دانان قدیم، عده‌ای با نبوغ وخلاقیت خود محاسبات عملی قابل توجه و منحصر به‌فرد را انجام داده اند که امروز هم ارزش کارهای‌شان درخور توجه است. محاسبات مربوط به اشکال هندسی از جملهٔ این دست‌آوردهاست. دانش‌مندانی بودند که با دقت در محیط پیرامون خود با ماهیت وحرکات پدیده‌ها اصولی مبرهن و مسلم را در جهان هستی کشف و معرفی نموده اند و از طریق آن‌ها به حل مسایل بزرگی نایل شده اند که امروزه بشر فقط با مشاهده‌ی تصاویر و محاسبات ابزارهای نوین، قادر به فهم و قبول آن‌ها است.

پیشینهٔ موضوع

کرویت زمین و محاسبه‌ی محیط و شعاع و دیگر مشخصات آن یکی از مسایل مذکور می‌باشد. در برخی از کُتب درسی از جمله کُتب علوم زمین‌شناسی به‌نحوه‌ی محاسبه‌ی محیط کرهٔ زمین را که توسط ریاضی‌دان یونانی به‌نام آراتوستن (۲۷۶-۱۹۶ق.م) در حدود ۲۴۰ سال پیش از میلاد انجام شده، اشاره کرده است که از طریق تغییراتی که در ارتفاع خورشید و زاویه‌ی تابش آن در سطح زمین رخ می‌داد توانست به کرویت زمین پی ببرد و با اندازه‌گیری تفاوت زوایه تابش آفتاب در دو مکان روی زمین، محیط کره‌ی زمین را محاسبه کند. دقت اندازه‌گیری او بین ۰,۵ فیصد تا ۱۷ فیصد برآورد شده است. بعد از آراتوستن دانش‌مندان دیگری چون جالینوس (۱۲۹- ۲۱۶م) و بطلیموس (۹۰-۱۶۷م) نیز چنین کارهایی را انجام داده اند. نخستین منبعی‌که در آن به‌محاسبه کرهٔ زمین اشاره شده، گزارش ارسطو درحدود ۳۲۰ سال پیش از میلاد است که در آن محیط کرهٔ زمین در حدود (۴۰۰۰۰۰) استاد یا محاسبه شده است [۸].

برعلاوه، دانشمندان هندی نیز به محاسبه‌ی مساحت زمین اقدام نموده بودند. در جهان اسلام ابوریحان البیرونی (۱۰۴۸- ۹۷۳م)، متولد در کاث خوارزم [۳]، می‌خواست که محیط کرهٔ زمین را محاسبه نماید که برای این کار لازم بود تا شعاع کرهٔ زمین را محاسبه کند. بنابراین، ابوریحان البیرونی باا ستفاده از دریافت ارتفاع کوه شعاع زمین را محاسبه نمود و ما در این مقاله اول میتود دریافت طول شعاع کرهٔ زمین را که توسط ابوریحان البیرونی انجام داده شده بیان می‌نماییم.

طرح مسأله

ابوریحان البیرونی می‌خواست تا دریافت شعاع زمین را در صحرا گرگان (ترکمن صحرا) انجام دهد اما به‌دلیل که دستیار لایق وقابل اعتماد نداشت از این جایگاه صرف نظر کرد. تا این که در مسافرتی که

به هندو ستان دا شت در قلعه‌ی به‌نام (نندنه) ساکن شد و با روش جدیدی شروع به محا سبه‌ی شعاع زمین کرد. این دانشمند در کتاب خود (قانون المسعودی) روش خویش را برای محاسبه‌ی شعاع کره‌ی زمین و سپس اندازه‌گیری محیط آن‌را توضیح داده است. او با روش علمی و هندسی، چگونگی محاسبه‌ی شعاع زمین را با کمک تعیین ارتفاع یک کوه بیان می‌کند [۲].

ابوریحان البیرونی نخست با استفاده از محاسبات مثلثاتی ارتفاع کوه را طوری ذیل اندازه کرد.

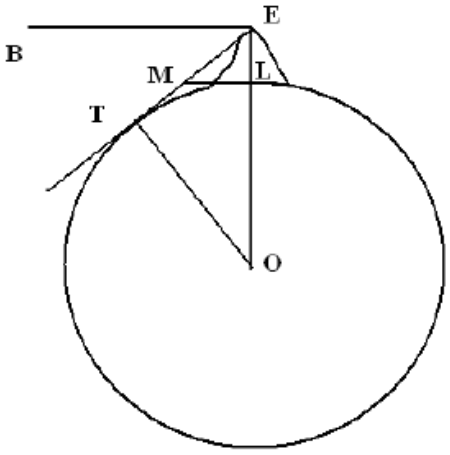
۱. از دو نقطه تعیین شده روی سطح زمین دو زاویه دید قلۀ کوه را ذریعۀ الاسطرلاب (شکل ۱) تعیین کرد [۴].

۲. بعداً به قلۀ کوه رفت و از آنجا دو نقطه و زاویۀ دید آن‌را در سطح افقی تعیین کرد.

شکل ۱: آلۀ محاسبۀ محل و ارتفاع ستاره‌گان و اندازه‌گیری‌های نجومی

بدین طریق که او کوهی عظیم، هرچه کوه بلندتر باشد، بهتر است (منظور از بلندی ارتفاع کوه از سطح دشت می باشد نه از سطح بحر) را انتخاب می کند که از فراز آن به‌راحتی افق دور دست

(مثلاً بحر) قابل مشاهده باشد. بعد از آن طوری ذیل مثلث‌ها را تشکیل کرد و طول شعاع زمین را نظر به (شکل۲) طوری ذیل محاسبه کرد [۲، ۷].



شکل ۲: تصویری هندسی از روش دریافت شعاع زمین

$$\text{مثلث ETO}: \theta + 90 + y = 180$$

$$\theta = 180 - 90 - y$$

$$\theta = 90 - y$$

$$sin\theta = sin(90 - y)$$

در مثلث ETO داریم که:

$$y = 90 - \theta$$

$$\text{مثلث EML}: x + y = 90$$

$$x = 90 - y$$

$$x = 90 - 90 + \theta$$

$$x = \theta$$

با استفاده از قانون ساین که بیان می‌دارد، میان طول ضلع هر مثلث دل‌خواه و زاویه‌ی مقابل آن ضلع، رابطهٔ ذیل برقرار است:

$$\frac{a}{sin\alpha} = \frac{b}{sin\beta} = \frac{c}{sin\gamma}$$

طوری‌که هرگاه دو زاویه و یک ضلع مثلث را داشته باشیم، برای دریافت طول ضلع‌های دیگر مثلث از این قانون استفاده می‌کنیم. چنین طرزالعمل را با درنظر داشت (شکل ۲) پیش می‌گیریم. طوری‌که:

$$\frac{\sin\measuredangle MEL}{ML} = \frac{\sin\measuredangle EML}{EL}$$

$$EL \cdot \sin\measuredangle MEL = ML \cdot \sin\measuredangle EML$$

$$ML = \frac{EL \cdot \sin\measuredangle MEL}{\sin\measuredangle EML}$$

با درنظر داشت قضیۀ قایم‌الزاویه (در هندسه و مثلثات یک زاویه راست یا قایمه یا راست گوشه، زاویه‌ای است که زاویۀ تشکیل‌شده به‌وسیلۀ دو نیم خط راست را نیم می‌کند یا آن‌را به‌دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند. یا به عبارۀ دیگر اگر دو نیم خط به‌گونه‌ی باشد که زوایای مجاور آن باهم برابر باشند، آن‌گاه می‌توان گفت که این زوایا، زوایای راست یا قایمه اند.

$$ET = ML + EM$$

$$ML = \frac{EL \cdot \sin\measuredangle MEL}{\sin\measuredangle EML}$$

با درنظر داشت مثلث MEL در (شکل ۲) داریم که

$$\sin\measuredangle MEL = \frac{ML}{EM}$$

$$EM = \frac{ML}{\sin\measuredangle MEL}$$

$$ET = ML + EM$$

$$ET = \frac{EL \cdot \sin\measuredangle MEL}{\sin\measuredangle EML} + \frac{ML}{\sin\measuredangle MEL}$$

$$R = \frac{EL \cdot \sin\measuredangle MEL}{\sin\measuredangle EML} + \frac{1}{\sin\measuredangle MEL}\left(\frac{\sin\measuredangle MEL}{\sin\measuredangle ELM}\right) EL$$

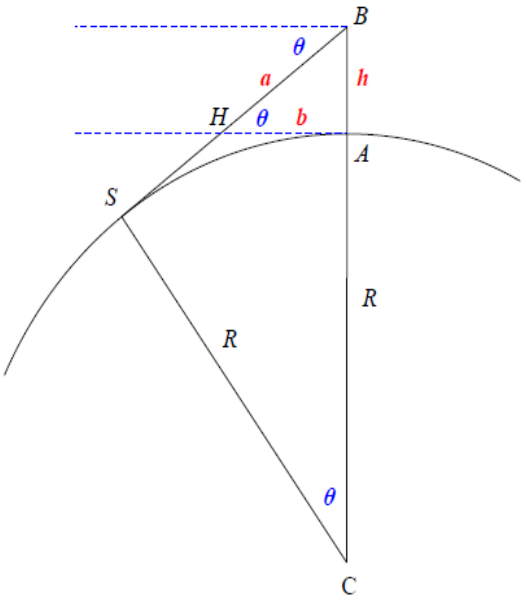
$$R = EL\left(\frac{\sin\measuredangle MEL}{\sin\measuredangle EML} + \frac{1}{\sin\measuredangle EML}\right)$$

$$R = EL\left(\frac{\sin\measuredangle MEL + 1}{\sin\measuredangle EML}\right)$$

در رابطۀ اخیر R شعاع زمین و EL ارتفاع کوه می‌باشد.

استفاده از میتود البیرونی برای دریافت شعاع کرهٔ زمین در ریاضیات معاصر

Alberto Gomez Gomez ۲۰۱۰-۰۹-۰۹ الی ۲۰۱۴-۰۱-۱۵ هم بااستفاده از نظریات البیرونی شعاع زمین را نیز چنین محاسبه کرده است [٦]. (شکل ۳)



شکل ۳: استفاده از مثلث قایم‌الزاویه برای تعیین شعاع زمین

با استفاده از قانون ساین می‌توان نوشت که

$$\frac{sinA}{a} = \frac{sinB}{b} = \frac{sinH}{h}$$

سپس

$$\frac{b}{sinB} = \frac{b}{sin(90^\circ - \theta)}$$

$$\frac{h}{sinH} = \frac{h}{sin\theta}$$

$$\frac{h}{sin\theta} = \frac{b}{sin(90^\circ - \theta)}$$

$$\mathbf{b} = \frac{h\, sin(90^\circ - \theta)}{sin\theta}$$

نظر به قضیۀ قایم‌الزاویه داریم که

$$BS = BH + HS$$
$$= a + HS$$
$$= a + b$$

با درنظر داشت قضیه ساین می‌توان چنین نوشت

$$\frac{BC}{sinC} = \frac{SC}{sinB} = \frac{CB}{sin90^{\circ}}$$
$$\frac{BC}{sinC} = \frac{R}{sinB} = \frac{R+h}{sin90^{\circ}}$$
$$R = \frac{(R+h)sin(90^{\circ} - \theta)}{sin90^{\circ}}$$
$$R = (R+h)sin(90^{\circ} - \theta)$$
$$R = (R+h)[sin90^{\circ}cos\theta - cos90^{\circ}sin\theta]$$
$$R = (R+h)[cos\theta]$$
$$R = (R+h)[cos\theta]$$
$$R = Rcos\theta + hcos\theta$$
$$R - Rcos\theta = hcos\theta$$
$$R(1 - cos\theta) = hcos\theta$$
$$R(1 - cos\theta) = hcos\theta$$
$$R = \frac{hcos\theta}{(1 - cos\theta)}$$
$$h = \frac{dtan\theta_1 tan\theta_2}{tan\theta_1 - tan\theta_2}$$

البیرونی ارتفاع کوه را در sin (جیب) مستوی cos زاویه متمم زاویه انحطاط ضرب کرده سپس حاصل را بر $(1 - cos)$ خود زاویه انحطاط تقسیم و خارج قسمت را در بیست دو ضرب و حاصل را بر هفت تقسیم کرده (عدد پای) تا از این راه مقدار محیط زمین را بنابر واحدی که با آن ارتفاع کوه را اندازه گرفته بود، به‌دست آورد [۴].

طبق گفتهٔ ابوریحان اندازهٔ قلهٔ کوه ٦٥٢ زراع شـــد و هر زراع هم ۴۹,۳ ســـانتی‌متر (۴۹۳۰ متر)، زاویهٔ انحطاط افق هم ۳۴ دقیقه می‌باشد. بنابراین، اندازهٔ شعاع زمین عبارت است از

$$hc = 652 \cdot 0.493 = 321.436m \ , c_1 = \frac{34}{60} = 0.5667$$

$$cos(c_1) = cos(0.5667) = 0.99995$$

پس داریم

$$Re = \frac{hc\, cos(c_1)}{1 - cos(c_1)} = \frac{321.436 \times 0.99995}{1 - 0.99995} = \frac{321.436}{0.0000489}$$

$$\Longrightarrow Re = 6573006\, m = 6573km$$

البیرونی برای محاسبهٔ محیط زمین شعاع را به‌دست آورد و محیط زمین را چنین محاسبه نمود.

$$\text{محیط زمین} = 2\pi Re = 2 \times 3.141 \times 6573 = 41278$$

بالآخره برای محاسبهٔ اندازهٔ یک درجه از محاسبات خود، استفاده کرد.

$$\text{اندازه یک درجه} = \frac{\text{محیط زمین}}{360} = \frac{41278}{360} = 114.662km$$

حال اگر درنظر بگیریم که یک میل 1.973km یا 1973m می‌شود.

$$\text{اندازه یک درجه بر حسب میل عربی} = \frac{114.662}{1.973} = 58.11$$

اندازه‌گیری البیرونی یک درجه‌ی ســطح زمین را ۵۸ میل به‌دســت آورد. طوری‌که او برای دریافت محا سبه‌ی شعاع زمین با ا ستفاده از قوانین مثلثات دا شتن زاویه‌ی افق و ارتفاع کوه را کافی دان ست و شعاع کرهٔ زمین را ٦٣٣٩,٩ کیلومتر محا سبه کرد که فقط ١٦,٨ کیلومتر با محا سبات فعلی تفاوت دارد. شعاع کرهٔ زمین ٦٣٥٦,٧ کیلومتر است و خطا کم‌تر از ۰,۲۵ در صد (۰,۰۰۲۵) است [۵].

البیرونی خورشــیدگرفتگی ۸-ام آپریل ســال ۱۰۱۹ را در کوه‌های لغمان و ماه‌گرفتگی را در ســپتامبر همین سال در غزنی تحقیق کرد.

نتیجه‌گیری

از کارکردهای دانش‌مندانان مثل ابوریحان البیرونی و امثال آن‌ها در محاسبۀ شعاع کرۀ زمین می‌توان چنین نتیجه گرفت که شعاع کرۀ زمین که فاصله تقریبی مرکز زمین تا سطح آن است، در محاسبات ستاره شناسی، جیوفزیک محیط کره و دایره موارد استعمال زیاد دارد. هم‌چنان محاسبه‌ی یک درجه از بزرگ‌ترین دوایر سطح کرۀ زمین را نیز می‌توان محاسبه کرد.

استدلال روش البیرونی انگیزۀ خوبی برای دریافت ارتفاعات غیر قابل تصور مانند اندازه‌کردن ارتفاعات کوه‌های بلند، برج‌ها و سایر بناها است. ترسیم مثلث قایم‌الزاویه و استفاده از قضیۀ ساین محاسبات را آسان‌تر ساخته تا دانش‌مندان با استفاده از این میتودها به هدف اصلی محاسبات نایل شوند.

روش تحقیق البیرونی در مورد تعیین ابعاد زمین خیلی ابتکاری و ابداعی بود که از میتودهای مثلثاتی، کرویت زمین، زاویه‌ی انحطاط افق، ارتفاع اجسام و پدیده‌های مختلف استفاده می‌کرد. بدین ترتیب تحقیق او ماهیت چند بُعدی داشت. روی همین اصل است که بر پایه و شیوۀ تحقیق و روش مطالعاتش، هیچ فیلسوف و دانش‌مند آن وقت و حتی عصرهای بعدتر از او نیز، نتوانسته است انتقاد کند.

منابع

[۱]. ازکائی، پرویزسپتمان. (۱۳۹۲). ترجمه، آثارباقیه از مردمان گذشته. تهران: انتشارات نی. صص ٦٥٥ – ٦٥٧.

[۲]. سرشت، اکبردانا. (۱۳۸۹). آثارالباقیه. چاپخانه سپهر. صص ۳ – ۵.

[۳]. شمالی، آرش رشید.(۱۳۸۱). ابوریحان بیرونی. چاپخانه حیدری. ص ۳۱.

[۴]. همایی، استاد علامه جلال الدین. (۱۳٦۷). التفهیم ابوریحان بیرونی. موسسه نشر هما. صص ۱۱۷ - ۱۱۸

[5]. B. Lumpkin. (1997). Geometry Activities from Many Cultures, p 34

[6]. C. K. Raju. (2007). Cultural Foundations of Mathematics: The Nature of Mathematical Proof and the Transmission of the Calculus from India to Europe in the 16th C. CE, Pearson Education India, p 98.

[7]. F. Charrette. (2003). Mathematical Instrumentation in the Fourteenth-Century in Egypt and Syria, pp 67 - 90.

[8]. M. Th. Houtsma, E.J. (2003). Brill’s First Encyclopedia of Islam, 1913-1936, Volume 5, BRILL, pp 34 - 61.